

# Гибридная схема фрактальной компрессии и квантования векторов для малых блоков

Батолин Д.С.

Московский Государственный Университет ([dmitriy@amc.ru](mailto:dmitriy@amc.ru))

## АННОТАЦИЯ

В работе рассматривается построение гибридного фрактального алгоритма. При восстановлении изображения используются, как аффинные преобразования, так и векторы из словаря, как при схеме сжатия с использованием квантования векторов.

В отличие от известных работ улучшение характеристик алгоритма достигается за счет изменения алгоритма обработки блоков малого размера. В результате повышается степень сжатия изображения при том же качестве по метрике PSNR. Кроме того, заметно уменьшается время сжатия изображений, за счет уменьшения перебора блоков, ограниченного только блоками из VQ словаря. И, наконец, уменьшается количество итераций, необходимых алгоритму при восстановлении изображения, т.е. уменьшается время разархивации.

## КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Фрактальное сжатие, алгоритм квантования векторов (Vector Quantization), квадродеревья, PSNR, оптимизация алгоритма, ускорение алгоритма.

## 0. ВВЕДЕНИЕ

Фрактальная архивация основана на том, что мы представляем изображение в более компактной форме — с помощью коэффициентов системы итерируемых функций (Iterated Function System — далее по тексту как IFS) [1,2].

Пусть трехмерное аффинное преобразование  $w_i: R^3 \rightarrow R^3$ , записано в виде

$$w_i(\bar{x}) = w_i \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \\ q \end{pmatrix}$$

и определено на компактном подмножестве  $R_i$  декартова квадрата  $[0..1] \times [0..1]$ . Тогда оно переведет часть поверхности  $S$  в область  $D_i$  расположенную со сдвигом  $(e, f)$  и поворотом, заданным матрицей. При этом, если интерпретировать значение  $S$  как яркость соответствующих точек, то она уменьшится в  $p$  раз (преобразование сжимающее) и изменится на сдвиг  $q$ .

Конечная совокупность  $W$  сжимающих трехмерных аффинных преобразований  $w_i$ , определенных на областях  $R_i$ , таких что  $w_i(R_i) = D_i$  и  $D_i \cap D_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$ , называется *системой итерируемых функций*.

Преобразование обязано быть сжимающим, поскольку это требуется для существования неподвижной точки данной системы функций, дающей нам изо-

брание при декомпрессии. Процесс декомпрессии представляет собой последовательное применение полученной системы функций к произвольной поверхности  $S$  до получения неподвижной точки. Процесс компрессии, представляет собой перебор областей в изображении и поиск области, наилучшим образом приближающей искомую.

## ИСХОДНЫЙ АЛГОРИТМ

Области  $R_i$  в дальнейшем будут именоваться ранговыми, а области  $D_i$  — доменными.

### Шаг 1. Подготовка множества доменных блоков.

```
for (all domain blocks) {
    dist_ij = MaximumDistance;
    Dij = image->CopyBlock(i, j);
}
```

### Шаг 2. Поиск наилучших преобразований.

```
for (all domain blocks) {
    for (all range blocks) {
        current=Координаты
        текущего преобразования;
        R=image->CopyBlock(current);
        current_dist=Dij.L2dist (R);
        if(current_dist < dist_ij) {
            dist_ij = current_dist;
            best = current;
        }
        Save_Coefficients(best);
    }
}
```

На практике используются схемы с уменьшением перебора за счет разбиения блоков на несколько классов и проведения сравнений только среди блоков одного класса. Для повышения степени компрессии изображение разбивается квадродеревом на иерархическую систему блоков размера. Для приведенного выше алгоритма это означает, что для всех блоков, `current_dist` которых выше некоторой предельной величины, данный блок разбивается на 4 блока меньшего размера, которые добавляются в некоторое вновь формируемое множество доменных блоков. Для сформированного таким образом множества проводится шаг 2 алгоритма. Разбиение происходит до тех пор, пока не достигается заданная степень приближения. Возможны также другие критерии разбиения [2,3,5].

Возможность комбинирования фрактальной компрессии с алгоритмом VQ квантования векторов (Vector Quantization — в дальнейшем VQ алгоритм) была высказана еще в первых работах Джаквина [1,3] в частности для ускорения и для приближения блоков с «ребрами». В [4] вообще утверждалось, что VQ является частным случаем обобщенного фрак-

тального преобразования, однако конкретный алгоритм приведен не был. Позднее Lepsoy указал [6], что MRSG-VQ (вариант алгоритма, где VQ используется для удаления низкочастотной составляющей из изображения) очень близок к фрактальной компрессии. И наконец, в [7,8] был приведен алгоритм построения словаря для блоков большого размера гибридной VQ схемы. Данная статья является развитием этих идей для блоков малого размера.

## 1. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

### ПОСТРОЕНИЕ ГИБРИДНОЙ СХЕМЫ

Предлагаемый метод является комбинацией алгоритма квантования векторов и фрактального алгоритма. В нем на последнем этапе разбиения, когда блок достигнет размера 2x2 пикселя, сравнения производятся не с блоками из изображения, а с блоками из некоторого, заранее простроенного множества, называемого словарем. Соответствующие строки второго шага алгоритма выглядят так:

```
R=codebook->CopyBlock(current);
current_dist = Dij.L2_2x2dist(R);
```

Использование отдельной процедуры подсчета  $L_2$  расстояния между блоками способно заметно ускорить вычисление этого шага алгоритма.

Алгоритм декомпрессии при гибридной схеме строится аналогично. Для блоков, сжимавшихся по стандартной схеме, исходные блоки берутся из восстановленного изображения, а для блоков сжимавшихся методом VQ — из словаря, который хранится в программе декомпрессии.

Как показала практика, в случае использования метода VQ для блоков малого размера эффективным становится простой алгоритм индексации блоков изображения, в то время, как в обычном алгоритме лучшие результаты давал DCT индекс. Это связано с тем, что при восстановлении изображения в первом случае производится из неизменяемого словаря, а во втором — из изображения, в котором при восстановлении блоки малого размера могут существенно отличаться от соответствующих блоков исходного изображения.

Таким образом, разбиение блоков на классы эквивалентности производится с использованием С-выражения:

```
index=((p[0] > p[1])?0: 1) |
((p[2] > p[3])?0: 2) |
((p[0] > p[2])?0: 4) |
((p[1] > p[3])?0: 8) |
((p[0] > p[3])?0:16) |
((p[1] > p[2])?0:32);
```

Как можно подсчитать, оно дает 24 класса (а не 64). Это означает, что поиск блоков будет происходить в 24 раза быстрее. При этом, по результатам экспериментов на большом количестве изображений, уменьшение количества классов практически не увеличивает качества изображения. Таким образом, появляется возможность всегда использовать

для блоков 2x2 максимальное количество классов эквивалентности, что существенно увеличивает скорость при более точном приближении изображения.

Рассмотрим, как скажется данное применение VQ алгоритма на основных характеристиках фрактального алгоритма, а именно — сходимости IFS к неподвижной точке, способности алгоритма к масштабированию изображений (одна из важнейших характеристик!), степени сжатия, качестве изображения, скорости компрессии и скорости декомпрессии.

Первый пункт прост. Очевидно, что данный подход не может ухудшить скорость сходимости, поскольку система получается из предыдущей фактически путем замены преобразований системы константами. Более того, мы наблюдаем увеличение скорости сходимости.

### МАСШТАБИРОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПРИ ДЕКОМПРЕССИИ

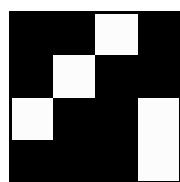
Рассмотрим, как влияет использование гибридной схемы на способность алгоритма масштабировать изображения (рис. 1). Известно, что при использовании классического алгоритма фрактальной компрессии увеличение изображения в размерах при разархивации позволяет получить в нем «новые детали» и характерный шум, существенно увеличивающий «естественность» увеличенного изображения. В то же время известные алгоритмы масштабирования дают приемлемые результаты только при использовании аппарата распознавания образов.

Гибридная схема уменьшает степень возможного масштабирования при применении фрактальной компрессии. На рисунке 1-4 видно, что при увеличении изображения в 4 раза основным эффектом следует считать размытие, однако при большем увеличении становятся хорошо видны поверхности, которыми мы приближаем изображение и, соответственно, границы между этими поверхностями. Однако нельзя утверждать, что данный факт можно однозначно трактовать как серьезный недостаток гибридной схемы. Подобные границы можно наблюдать и в исходном алгоритме, просто хорошо заметны они становятся при несколько больших увеличениях.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ

### ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЯ

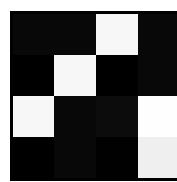
Использование гибридной схемы сжатия способно заметно повысить качество изображения. Это происходит по той причине, что ранее в изображении крайне плохо приближались блоки с большой контрастностью. Это было связано с тем, что число таких блоков в изображении невелико и, соответственно, вероятность найти подобный при условии, что используются только сжимающие преобразования, невелика. На рисунке 1-1 приведен искусственный случай, когда в небольшом изображении вообще отсутствуют блоки, подобные искомым.



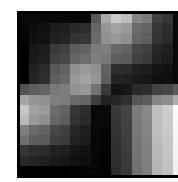
**Рисунок 1-1**  
Исходное изо-  
бражение, раз-  
мером 4x4 точ-  
ки



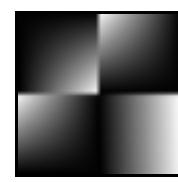
**Рисунок 1-2** Резуль-  
тат компрессии  
классич. алг.: изо-  
бражение испорчено



**Рисунок 1-3** Ре-  
зультат компрес-  
сии VQ алг.: от-  
личное качество



**Рисунок 1-4**  
Масштабирование с  
VQ — увеличение в  
4 раза



**Рисунок 1-5**  
Масштабирование с  
VQ — увеличе-  
ние в 32 раза

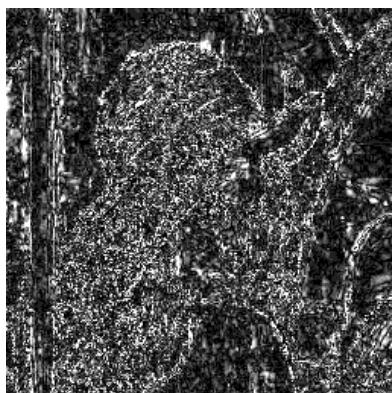
На приведенных изображениях хорошо видно, что классический фрактальный алгоритм компрессии дает очень плохие результаты, если в изображении присутствуют малые резко контрастные области, не имеющие подобных им областей меньшего размера. Применение VQ для приближения малых областей позволяет добиться для таких изображений отличных результатов. Характерно, что при применении данного метода не теряется возможность масштабировать изображения. Но, в отличие от исходного фрактального алгоритма в алгоритме с использованием VQ при малом увеличении происходит размытие мелких деталей, а при большом становятся хорошо видны поверхности, которыми мы приближаем области изображения.

В случае классического алгоритма (рис. 1-2) это приводит к неудовлетворительному приближению данных участков изображения, а в случае использования гибридной схемы (рис. 1-3) мы просто формируем словарь таким образом, чтобы он содержал достаточное количество различных блоков с высокой контрастностью. На рисунках 2-1 и 2-2 на примере изображения lena хорошо видно, как применение гибридного алгоритма увеличивает качество изображения. Заметим, что на значения коэффициентов яркости и контрастности выделено одинаковое количество бит.

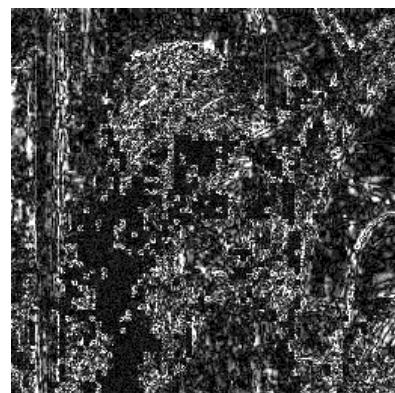
### УВЕЛИЧЕНИЕ СТЕПЕНИ СЖАТИЯ

Увеличение степени сжатия в гибридном алгоритме достигается за счет двух факторов:

1. Меньше количество бит, необходимых для хранения местоположения блока в словаре. Так, например, для изображения 256x256 требуется 14 (7+7) бит для хранения координат, а при использовании словаря для задания номера блока вполне достаточно 11 бит.
2. Меньше количество бит, необходимых для хранения коэффициентов преобразований по яркости и контрастности. В силу особенностей словаря ВСЕ коэффициенты яркости являются неотрицательными. Это позволяет экономить 1 бит. Аналогично 1 бит практически без потери качества изображения мы можем получить при сохранении коэффициентов контрастности. Даные результаты проиллюстрированы на рисунках 7-9.



**Рисунок 2-1** Разность с исходным изобра-  
жением. Исходный алгоритм.



**Рисунок 2-2** Разность с исходным изображением.  
Для блоков размера 2x2 использован, алгоритм VQ.

На рисунках приведено визуальное представление модуля разности исходного изображения с изображением после декомпрессии. Контрастность увеличена в 32 раза. Хорошо видно увеличение качества приближения для блоков малого размера в тех областях, где ранее не достигалась приемлемая точность. Легко заметить (см. рис. 6), что это в основном области с высокой контрастностью.



**Рисунок 3-1 Изображение после второй итерации обычного алгоритма декомпрессии.**

Более плотная линия на гистограммах 7-1, 8-1, 9-1 соответствует распределению значений коэффициентов для всех блоков изображения по сравнению с соответствующей гистограммой для исходного изображения. Плотная линия на гистограммах 7-2, 8-2, 9-2 соответствует распределению значений коэффициентов при применении гибридной схемы только для блоков малого размера по сравнению с распределением в сходном случае для блоков малого размера. Правые графики — распределение плотности коэффициента контрастности, левые — яркости. На этих гистограммах достаточно хорошо видно, за счет чего мы получаем дополнительное сжатие. Более того, анализируя их можно прийти к выводу о возможности применения дополнительных методов уменьшения избыточности коэффициентов.



**Рисунок 3-2 Изображение после второй итерации для гибридного алгоритма декомпрессии.**

изображения не уменьшается, и время компрессии не растет. Более того, эти величины улучшаются.

На рисунке 4 показана зависимость степени компрессии от качества изображения. Эксперименты, соответствующие одинаковым по номеру точкам в верхнем и нижнем графике выполнены для одинаковых параметров алгоритма. Видно, что наибольший выигрыш в качестве мы получаем для небольших степеней сжатия, когда становится достаточно большим количество блоков малого размера, сжатых с использованием алгоритма VQ.

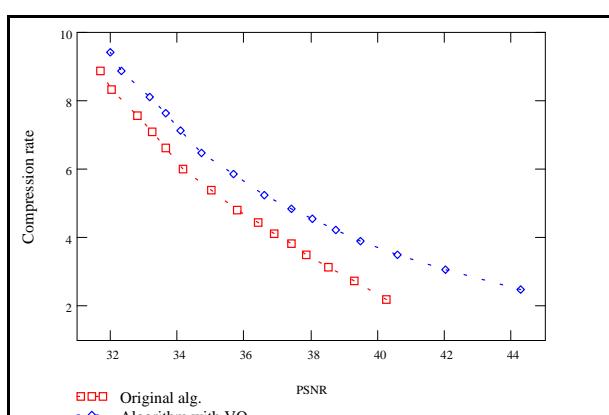
#### УСКОРЕНИЕ АЛГОРИТМА КОМПРЕССИИ

Ускорение работы алгоритма компрессии происходит по трем причинам:

1. Резко уменьшается перебор блоков при подборе оптимального блока. Т.е. вместо того, чтобы искать блоки, наилучшим образом приближающие искомый, в изображении мы ищем их в словаре. Для изображения размером 512x512, при полном переборе мы получаем 64516 блоков размером 2x2. В словаре же у нас всего 512 блоков. Таким образом, мы получаем ускорение в 126 раз. Очевидно, что если сравнивать не с полным перебором, то выигрыш будет в меньшее количество раз, однако если уменьшать перебор больше чем в 16 раз то заметно снижается качество изображения из-за того, что подобные блоки для блоков малого размера оказываются не найдены. Но даже в этом случае мы получаем выигрыш практически на порядок.

2. Можно использовать более простой и быстрый алгоритм индексации блоков. Как уже говорилось выше, для оригинального алгоритма лучшие результаты давал достаточно долгий по времени вычисления DST индекс. Для гибридной схемы лучшие результаты дает существенно более простой в вычислении «простой» индекс.

3. При использовании простого алгоритма индексации блоков для полного перебора и перебора с разбиением множества блоков на максимальное количество классов не практически не изменяется качество конечного изображения. Помимо эффективности простого индекса для блоков малого размера

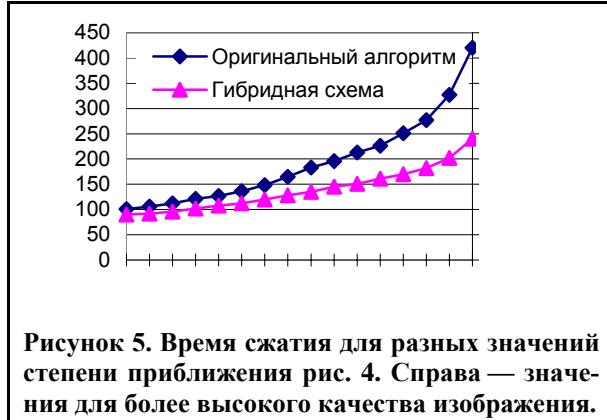


**Рисунок 4. Зависимость степени компрессии от качества изображения в метрике PSNR. Изображение lena**

Ниже приведены значения времени компрессии для этих экспериментов.

Таким образом, мы получаем выигрыш в 16-20% (в зависимости от того, с какой точностью сохраняются коэффициенты). Заметим, что ценность этого достижения заключается в том, что данный выигрыш является не компромиссным, т.е. качество изо-

при применении гибридного алгоритма это означает, что при задании параметров максимального качества, при которых поиск среди блоков большого размера занимает существенное время, время поиска для блоков малого размера практически не изменяется (остается малым).



**Рисунок 5. Время сжатия для разных значений степени приближения рис. 4. Справа — значения для более высокого качества изображения.**

Таким образом, используя в алгоритме все три изложенных выше идеи, мы можем наблюдать уменьшение времени поиска для блоков малого размера более, чем в 50 раз. Например, реально мы получаем значение 62 раза — уменьшение времени поиска блоков малого размера для экспериментов с наибольшим качеством изображения для рисунков 4 и 5.

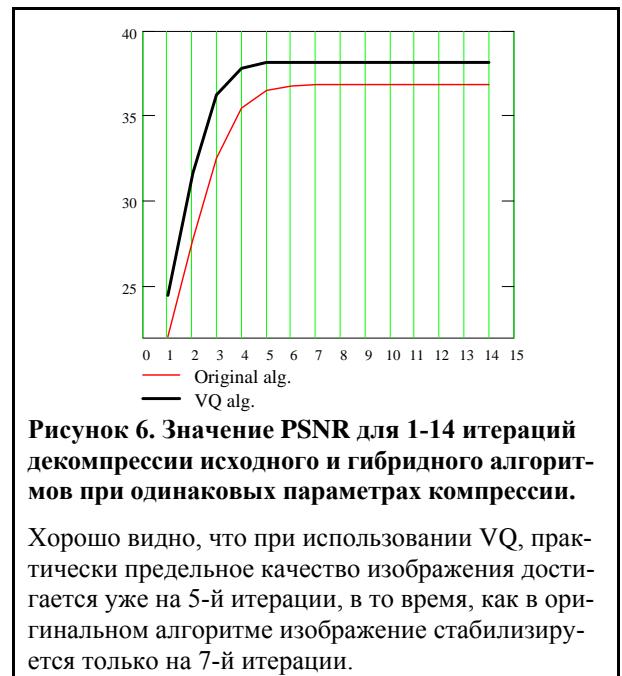
Рисунок 5 иллюстрирует изменение времени сжатия для разных значений степени компрессии. Данные приведены для тех же экспериментов, что и для рисунка 4. Как легко понять, суммарный выигрыш по времени от применения гибридной схемы растет с 10% при минимальном количестве блоков малого размера до 75% при большом (78% от общего числа блоков) количестве блоков малого размера.

### УСКОРЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЕКОМПРЕССИИ

Помимо описанного выше уменьшения времени компрессии изображения, мы получаем также уменьшение времени декомпрессии. Это происходит за счет того, что уже с первой итерации блоки, которые сжимались с использованием VQ, получают окончательные правильные значения. Соответственно, это влияет на скорость сходимости всего множества точек изображения, во-первых за счет того, что если эти области служат ранговыми областями для других доменных областей изображения, которые уже ко второй итерации получают, таким образом, значения достаточно близкие к предельным. Во-вторых, мы неявно используем свойство когерентности областей в изображении, т.е. то, что изменение яркости в изображении для соседних точек области как правило невелико. При усреднении значений точек для получения ранговых блоков это также ускоряет получение правильных значений.

На рисунке 6 хорошо видно, что при применении алгоритма с VQ уже к 5-й итерации неподвижная точка IFS достигается и изображение стабилизируется. Рисунки 3-1 и 3-2 демонстрируют, насколько

хорошо приближаются области с резким изменением яркости, для алгоритма с использованием VQ.



**Рисунок 6. Значение PSNR для 1-14 итераций декомпрессии исходного и гибридного алгоритмов при одинаковых параметрах компрессии.**

Хорошо видно, что при использовании VQ, практически предельное качество изображения достигается уже на 5-й итерации, в то время, как в оригинальном алгоритме изображение стабилизируется только на 7-й итерации.

## 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАБОТЫ

Предложенный алгоритм относится к случаю, когда усложнение некоего известного алгоритма позволяет добиться улучшения практически всех его параметров. В данном случае за счет усложнения фрактальных алгоритмов компрессии и декомпрессии мы получили для одного и того же количества аффинных преобразований, задающих изображение:

1. Увеличение качества изображения.
2. Увеличение степени сжатия.
3. Ускорение алгоритма компрессии.
4. Ускорение алгоритма декомпрессии.

Ближайшие перспективы работы:

1. Исследование степени эффективности сжатия коэффициентов яркости и контрастности с помощью LZW алгоритма. Исходя из вида графиков плотности распределения можно предположить эффективность сжатия до 55-85% для коэффициента яркости и 25-65% для коэффициента контрастности.
2. Описанная схема будет эффективна и для блоков размером 4x4 пикселя на больших изображениях. Поэтому достаточно продуктивным направлением видится адаптация методов VQ для блоков большего размера.
3. Схема позволяет создавать деление изображения на квадродерево при минимальном размере блока в 3x3 пикселя. Таким образом можно строить схемы с большей величиной компрессии, основанные на блоках, величиной  $3 \cdot 2^n$ .

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] A.E. Jacquin, «Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations» IEEE Trans. Image Processing 1 (1992) 18-30.
- [2] Y. Fisher, «Fractal image compression», SigGraph 92.
- [3] A.E. Jacquin, «Fractal image coding» A review Proceedings of the IEEE 81,10 (1993) 1451-1465.
- [4] M. Gharavi-Alkhansari, T. Huang, «Fractal based techniques for a generalised image coding method» Proc. IEEE ICIP-94, Austin, Texas, Nov 1994.
- [5] M. Barnsley, L. Hurd, «Fractal Image Compression» AK Peters. 1993
- [6] S. Lepsoy, «Block-based attractor coding: Potential and comparison to vector quantization» Conference on Signals, systems and Computers, pp. 1504-1508, 1993
- [7] T.Murakami K/Asai, E/Yamazaki. «Vector quantiser of video signals», Electronics Letters 7 (1982) 1005-1006
- [8] R. Hamzaoui, M.Muller, D.Saupe «VQ-enhanced fractal image compression» IEEE ICIP'96

[9] Ä.Ñ. Äàðîéèí. "Тенденции развития алгоритмов архивации графики" Открытые системы. N-4. Зима 1995

## The hybrid method of a fractal image compression and vector quantization for the small size blocks

Vatolin D.S.

Moscow State University dmitriy@amc.ru

In the article construction of fractal image compression algorithm, based on the hybrid circuit is considered. At decompression of the image affine transformations and VQ vectors from the dictionary, as are used at the method of Vector Quantization. Offered algorithm allows to increase a degree of the image compression at the same PSNR quality.

In a new method search restricted only to blocks from the VQ dictionary, and time of compression appreciably decreases. And, at last, amount of iterations, necessary for decompression algorithm of the image, decreases, i.e. decompression time decreases.

## 4. ПРИЛОЖЕНИЕ

### Изображение с искусственно повышенной контрастностью



Рисунок 7-1 Изображение lena

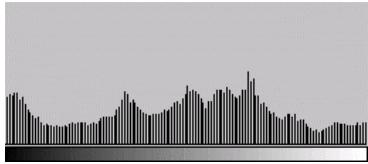
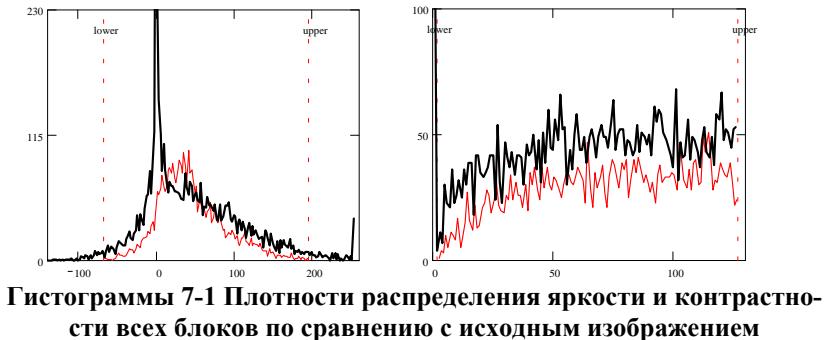
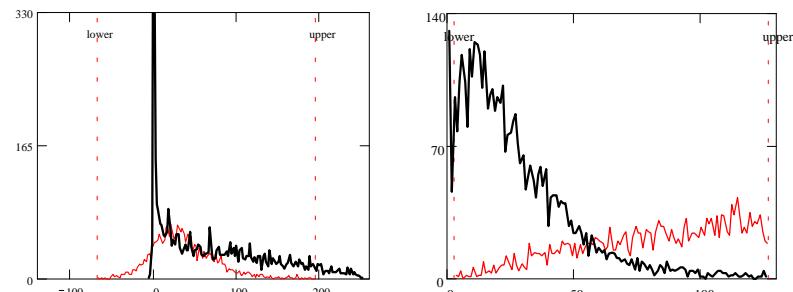


Рисунок 7-2 Гистограмма распределения плотности яркости в изображении



Гистограммы 7-1 Плотности распределения яркости и контрастности всех блоков по сравнению с исходным изображением



Гистограммы 7-2 Плотности распределения яркости и контрастности блоков 2x2 в классическом случае (исх.) и при использовании VQ

## Изображение с пониженной контрастностью

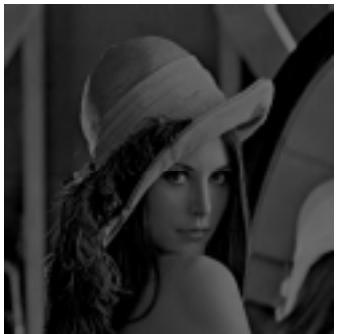
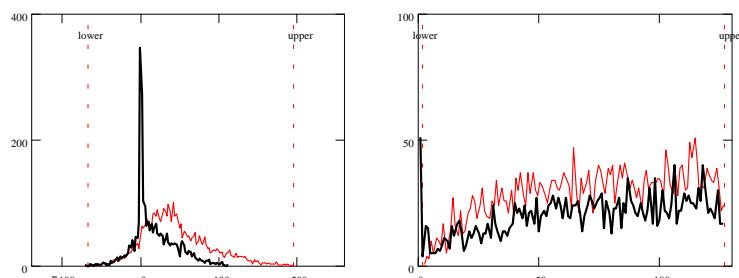


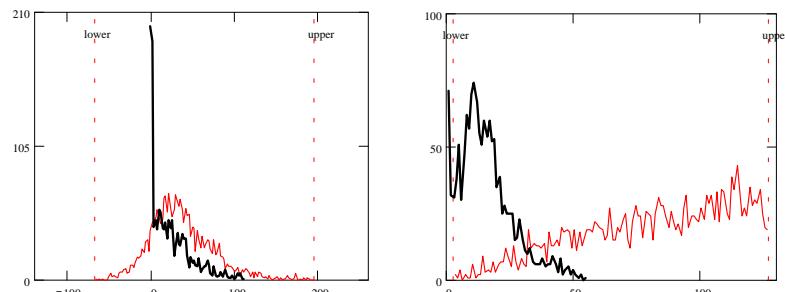
Рисунок 8-1 Изображение lena



Гистограммы 8-1 Плотности распределения яркости и контрастности всех блоков по сравнению с исходным изображением



Рисунок 8-2 Гистограмма распределения плотности яркости в изображении



Гистограммы 8-2 Плотности распределения яркости и контрастности блоков 2x2 в классическом случае (исх.) и при использовании VQ

## Изображение с повышенной яркостью

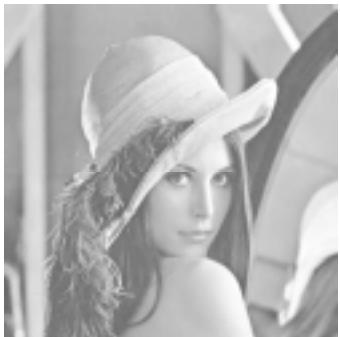
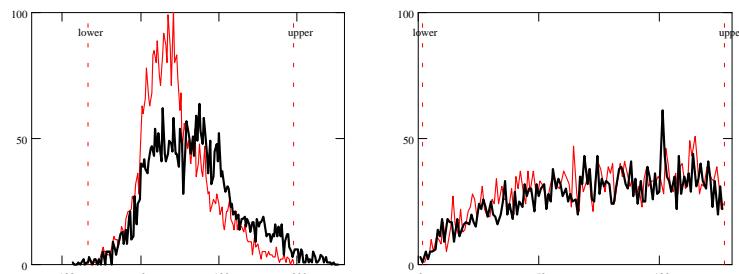


Рисунок 9-1 Изображение lena



Гистограммы 9-1 Плотности распределения яркости и контрастности всех блоков по сравнению с исходным изображением

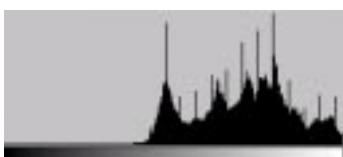
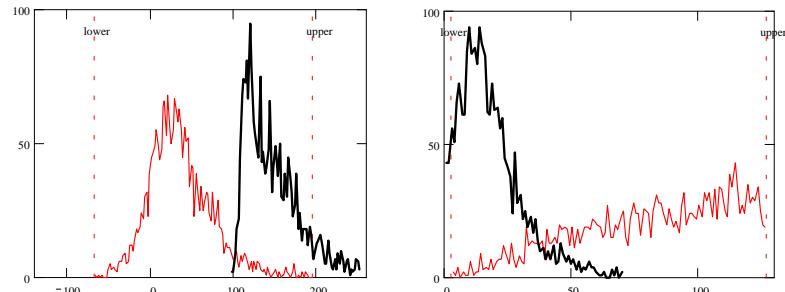


Рисунок 9-2 Гистограмма распределения плотности яркости в изображении



Гистограммы 9-2 Плотности распределения яркости и контрастности блоков 2x2 в классическом случае (исх.) и при использовании VQ