

Визуализация рециркуляционных зон в трехмерном течении

А.В.Гудзовский^Т, С.В.Клименко^К

^Т Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия

^К Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия

Аннотация

Для исследования топологии стационарного трехмерного течения, полученного путем численного моделирования, предлагается метод визуализации рециркуляционных зон. Метод основан на том, что в стационарном течении жидкая частица, не покидающая рециркуляционной зоны, движется по траектории, лежащей на поверхности тора. Поэтому задача сводится к расчету последовательности положений одного маркера вдоль траектории и построению поверхности тора по полученному набору точек.

Приводятся примеры построения поверхностей рециркуляционных зон в свободно-конвективном течении в контейнере.

Ключевые слова: топология трехмерного течения, рециркуляционная зона, поверхность тора.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных характеристик течения жидкости (газа) является его структура, под которой понимается описание совокупности специфичных элементов течения. К ним относятся как элементы глобальной структуры потока - струи и вихри, отрывные и рециркуляционные зоны, так и локальные особенности течения - критические точки, линии отрыва и присоединения потока к телам. В последнее десятилетие по мере усложнения задач, решаемых средствами вычислительной гидродинамики, вопросы, связанные с выявлением и наглядным представлением структуры течения и, в частности, его топологических особенностей, привлекают все большее внимание исследователей разных стран.

Основные полученные к настоящему времени результаты связаны с локальным анализом поля скорости течения (или иного векторного поля в других приложениях). Анализ глобальной структуры течения развит в значительно меньшей степени в силу большей сложности задачи. Большая часть результатов относится к идентификации циркуляционных зон, примыкающих к твердым границам (типа отрывных зон за обтекаемыми телами) [2]. Методы анализа и визуализации 'висящих' в объеме течения циркуляционных зон и вихрей представляют большой практический интерес (поскольку они являются проблемой аэродинамики современных летательных аппаратов), однако развиты недостаточно [3].

Настоящая работа посвящена вопросам визуализации рециркуляционных зон, не связанных с телами. Распространенной является точка зрения, что эти зоны имеют форму простого тора. При решении задачи о свободно-конвективном течении в прямоугольном контейнере с локальным теплообменом на горизонтальных сторонах обнаружены режимы течения, в которых рециркуляционные зоны имеют более сложную форму.

Работа построена следующим образом. В разделе 2 описываются общие свойства траекторий маркеров на торах рециркуляционных зон. В разделе 3 изложена процедура определения длины траектории маркера, а в разделе 4 излагается метод построения тора по траектории маркера. В разделе 5 приводятся примеры построения рециркуляционных зон.

2. ТРАЕКТОРИЯ МАРКЕРА НА ТОРЕ

Предлагаемый подход к построению и визуализации границы рециркуляционной зоны в стационарном трехмерном течении несжимаемой жидкости основывается на характерных свойствах течения и использует траекторию маркера. Траектория маркера в течении определяется из решения уравнения движения

$$\dot{\vec{r}} = \vec{V} \quad (1)$$

где \vec{r} - положение маркера, \vec{V} - поле скорости, известное их решения гидродинамической задачи, точкой отмечено дифференцирование по времени τ . Для решения (1) мы использовали метод Рунге-Кутты второго порядка точности по времени и трилинейную интерполяцию поля скорости. Решение (1) с шагом по времени $\Delta\tau$ имеет вид последовательности P_m положений маркера $\vec{r}_m, m = 0, 1, \dots, M$ в моменты времени $\tau_m = \tau_{m-1} + \Delta\tau$.

В стационарном трехмерном течении траектория движения жидкой частицы лежат на поверхности тора. Траектории различных жидких частиц принадлежат, вообще говоря, различным торам, образующим последовательность непересекающихся коаксиальных поверхностей.

Поверхность тора в трехмерном пространстве путем соответствующего преобразования координат Q может быть переведена в элементарный круглый тор. Под ним будем понимать тор, образованный вращением окружности радиуса r вокруг внешней оси тора O_{out} , отстоящей на расстоянии R от центра. При таком

вращении центр окружности радиуса r описывает окружность радиуса R , которую назовем внутренней осью O_{in} .

В своем движении по поверхности тора маркер совершает одновременно два вращения вокруг осей O_{in} и O_{out} . Если отношение частот вращения есть рациональное число, то траектория жидкой частицы замкнута, имеет конечный период и неплотно покрывает тор. Этот случай в теории динамических систем называется резонансным тором. Если же это отношение есть иррациональное число, то траектория жидкой частицы проходит через каждую точку поверхности тора. Наличие ошибок интерполяции дискретного поля скорости и интегрирования уравнения движения маркера часто не позволяет однозначно выделить частный случай резонансного тора, поэтому будем считать, что условие резонанса не выполняется и траектория маркера плотно покрывает поверхность тора.

В терминах теории динамических систем рассматриваемое поле скорости является автономным (не зависящим от времени) потоком, для анализа которого удобно ввести сечение Пуанкаре S и рассмотреть множество точек пересечения траекторий с S . Обычно рециркуляционная зона представляет собой простой тор, сечение которого есть $N=1$ замкнутая кривая. Но возможны N -периодические рециркуляционные зоны в виде перекрученных N раз торов. Их сечениями являются N замкнутых кривых. Внутренняя ось тора O_{in} на сечении S дает N точек, каждая из которых отображается в себя после того, как маркер совершит N оборотов.

Траектория маркера представляет собой набор витков на поверхности тора, следующих друг за другом с некоторым смещением. Расстояние между двумя последовательными положениями маркера определяются шагом Δt . Расстояние между двумя последовательными витками определяется полем скорости. Однако для нерезонансного тора между двумя любыми последовательными витками существует неограниченное множество других витков. Поэтому выбирая достаточно длинную последовательность положений маркера во времени можно получить набор витков, расстояние между которыми будет сколь угодно мало. Будем строить поверхность тора в виде совокупности треугольников, вершинами которых являются положения маркера в различные моменты времени. В этом случае точность воспроизведения поверхности тора при этом будет определяться размером треугольных фасеток, т.е. величиной Δt и длиной траектории маркера M .

3. ДЛИНА ТРАЕКТОРИИ МАРКЕРА

На поверхности тора, переведенным преобразованием Q в элементарный тор, можно ввести угловые координаты (ϑ, φ) , $0 \leq \vartheta \leq 2\pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ и

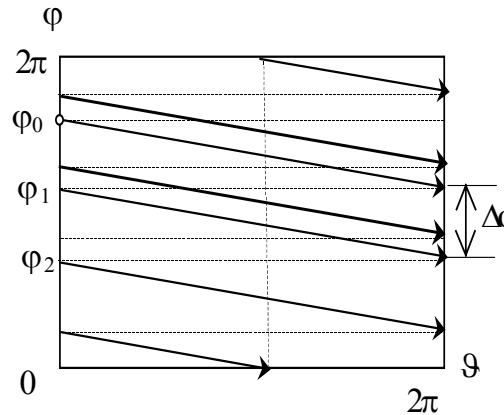


Рис. 1. Траектория маркера на развертке тора (светлый кружок - точка старта траектории, пунктир - циклический переход траектории).

развернуть поверхность тора в прямоугольник с условиями периодичности на границах (рис. 1). Для определенности будем считать, что стартовая точка имеет угловые координаты $(0, \varphi_0)$. Траекторию маркера по поверхности тора можно представить в виде прямой, 'перескакивающей' через край прямоугольника.

Пусть стартовая точка ($m=0$) имеет координаты $(0, \varphi_0)$ и S есть сечение $\vartheta=0$. Точки пересечения траектории с границей развертки $\vartheta=0$ отстоят друг от друга на шаг $\Delta\varphi < 2\pi$ (рис.1). Эти точки есть положения маркера в моменты времени $\tau=\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots$, их угловые координаты равны $\varphi=\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots$

Рассмотрим интервал (φ_0, φ_1) , показанный на рис. 2. Выберем подпоследовательность $P_{(i)}$ положений маркера в сечении S с угловыми координатами $\varphi_{(i)}=\varphi_{(1), \varphi_{(2), \dots}$ в моменты времени $\tau_{(i)}=\tau_{(1), \tau_{(2), \dots}$, такую что $\varphi_0 < \varphi_{(i)} < \varphi_1$, $\tau_{(i)} > \tau_{(i-1)}$ и $\varphi_{(i)} < \varphi_{(i-1)}$. По определению подпоследовательность этих точек стремится к φ_0 ($|\varphi_0 - \varphi_{(i)}| \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$), а расстояние между соседними точками стремится к нулю $d_{(i)} = |\varphi_{(i)} - \varphi_{(i-1)}| \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$.

Выберем первые M^* точек последовательности P_m , такие что последняя точка ($m=M^*$) этой части траектории есть точка с координатой $\varphi_{(i)}$ в сечении S . Последняя точка располагается между точками с координатами φ_0 и $\varphi_{(i-1)}$. Пусть номер точки $\varphi_{(i-1)}$ есть m^* . Расстояние между соседними витками для этой подпоследовательности маркеров порядка $d_{(i)}$. Увеличивая M^* , можно уменьшить расстояние между соседними витками до величины, необходимой для качественного построения поверхности тора.

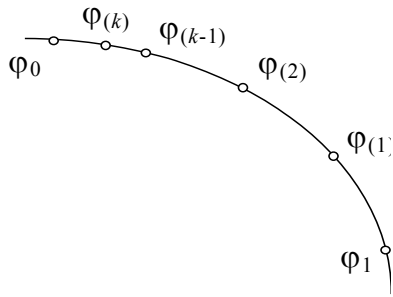


Рис. 2. Сечение Пуанкаре S тора (сплошная линия) с положениями маркера (светлые кружки).

4. ПОСТРОЕНИЕ ТОРА

После определения длины выделяемой части траектории M^* замкнем ее. Для этого отбросим точку с номером $m=M^*$ и будем считать, что за точкой $m=M^*-1$ следует стартовая точка $m=0$, т.е. траектория после точки $m=M^*-1$ зациклена (рис. 3).

Рассмотрим полосу на поверхности тора между двумя соседними витками. Виток на 'правой' стороне полосы начинается в стартовой точке $m=0$, на 'левой' стороне полосы в точке m^* (рис. 3). Поскольку витки не пересекаются, то из условия соседства этих витков в сечении S следует, что они остаются соседними на всей поверхности тора и полоса между ними полностью покрывает тор. Таким образом построение поверхности тора сводится к триангуляции указанной полосы.

Триангуляцию полосы будем проводить перемещаясь вдоль нее и соединяя определенным образом точки траектории (рис. 4а). Каждую точку i на 'правой' стороне полосы соединим с предшествующей точкой $i-1$ на 'правой' стороне полосы (сплошная линия на рис. 4а), с ближайшей точкой j на 'левой' стороне полосы (двойной пунктир) и с точкой j^* на 'левой' стороне полосы, ближайшей к точке $i-1$ на 'правой' стороне полосы (пунктир). Проведенными линиями полоса разбивается на треугольники.

Аналогичным образом можно построить не только сплошное покрытие поверхности тора треугольными фасетками. Введем внутри полосы ряд дополнительных точек (квадратики на рис. 4б), отстоящих на определенном расстоянии от точек траектории маркера. Применяя далее описанную выше процедуру триангуляции, получим в результате полосу следа маркера, касательную поверхности тора.

5. ПРИМЕРЫ

Описанный метод построения торов по траектории движения маркера используется для анализа свободно-

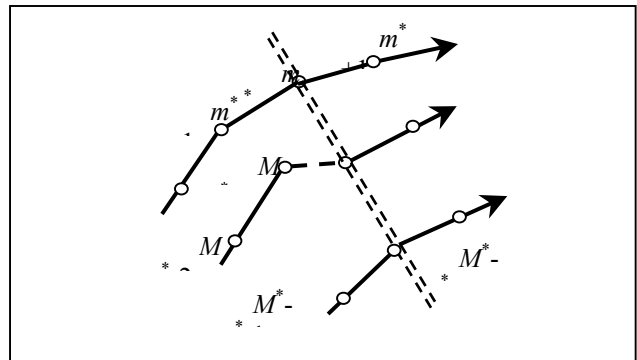


Рис. 3. Траектории маркера на поверхности тора вблизи точки старта $m=0$, пунктиром показано замыкание траектории, сечение S обозначено двойным пунктиром.

конвективного течения в прямоугольном контейнере с локальным теплообменом на горизонтальных поверхностях. Каждая поверхность построена по 20-80 тысячам фасеток, что обеспечивает высокую точность передачи их формы. Построенные поверхности отображаются с помощью графических средств программного комплекса **FlowVision** [3].

На рис. 5 приведено изображение системы вложенных торов, построенных по траекториям трех пар маркеров. Кроме того, по траекториям движения четвертой пары маркеров построена разомкнутая поверхность, расположенная вблизи границы рециркуляционной зоны. Эта поверхность построена как полоса следа маркера. Полоса следа маркера позволяет увидеть, что частота вращения маркера вокруг прямой оси тора в несколько десятков раз больше, чем вокруг замкнутой оси тора. На рис. 5б приводится вид поверхностей, рассеянных плоскостью. Точки пересечения с плоскостью выделены черным цветом.

В верхней части рис. 6 приведены изображения двух торов - внутреннего, 1-периодического и внешнего, 5-периодического. Отдельное изображение

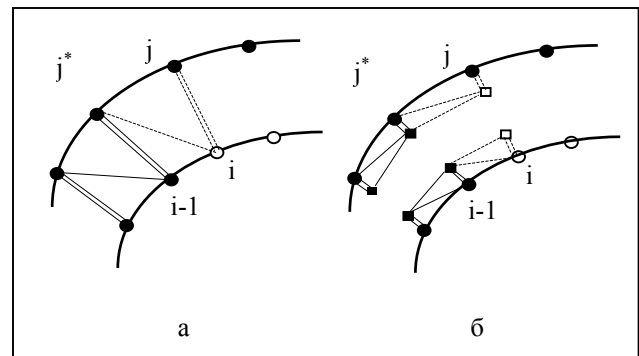


Рис. 4. Триангуляция поверхности тора и полосы следа маркера.

5-периодического тора представлено на нижней половине рис. 6.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для исследования топологии стационарного свободно-конвективного течения в контейнере предложен метод построения и визуализации рециркуляционных зон по траектории маркера, лежащей на поверхности тора. Предложенный метод позволяет получать изображения высокого качества. Построенные изображения дают представление о сложной и непривычной для гидродинамиков форме рециркуляционных зон, которые имеют место при свободной конвекции в контейнере.

Работа частично поддержана РФФИ, грант № 99-01-00149.

7. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kenwright D.N. Automatic detection of open and closed separation and attached lines // in Proceedings of Visualization'98, IEEE Computer Society Press, 1998, pp.151-157.
- [2] Kenwright D.N., Haines R. Automatic vortex core detection // IEEE Computer Graphics and Applications, 1998, N 4, pp. 70-74.
- [3] Аксенов А.А., Дядькин А.А., Сельвачев А.Ю., Похилко В.И., Клименко С.В. Визуальный анализ движения жидкости в системе *FlowVision* // Труды конф. ГРАФИКОН-98, М.: изд-во МГУ, 1998, С. 46-52.

Автор(ы):

Алексей Гудзовский, зав. сектором Института автоматизации проектирования РАН.

Адрес: 123056, Москва, 2-я Брестская, 19/18

Телефон: (095) 251-84-13

E-mail: flowvision@glasnet.ru

Станислав Клименко, нач. лаборатории Института физики высоких энергий.

E-mail: klimenko@mx.ihep.su

Alexey Gudzovsky, Stanislav Klimenko

VISUALIZING OF 3D RECIRCULATING ZONES

The paper presents the new technique for visualization of recirculating zones shaped like a torus. It is based on reconstruction of the torus by trajectory of one marker. The technique provides high quality rendering of complex recirculating zones. Two examples of recirculating zones in free convective flow in container are presented.

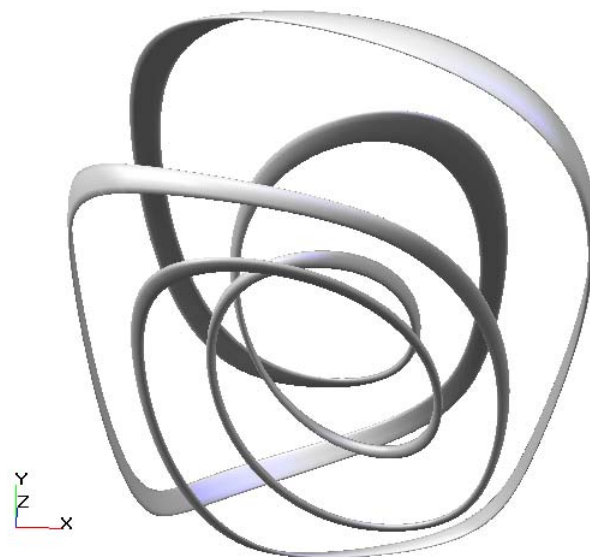
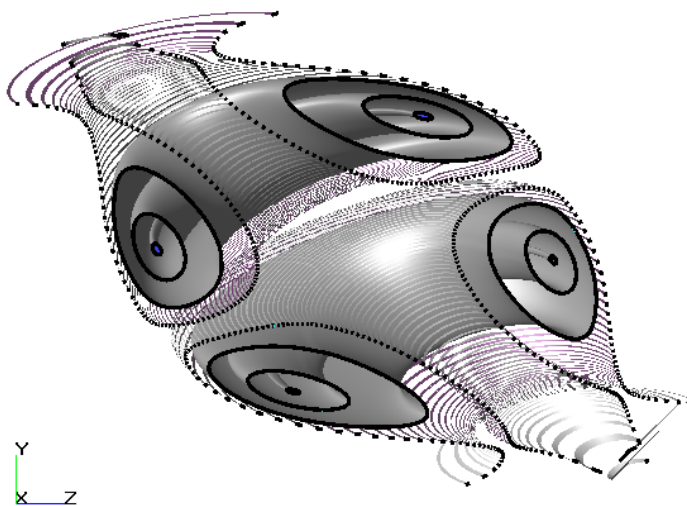
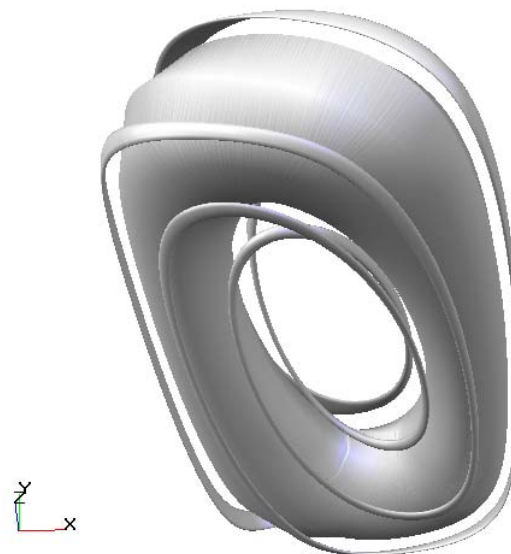
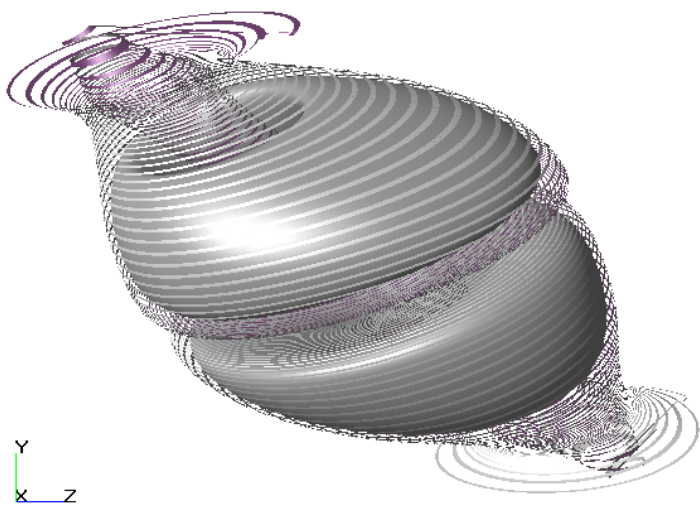


Рис. 5. Поверхности торов и полосы следа маркеров.

Рис. 6. 1-периодический тор, окруженный 5-периодическим (вверху) и 5-периодический тор (внизу).