

# Графическое сопоставление результатов "Фотоупругость – МКЭ"

Жидков А.В., Угодчиков Н.А.

Нижний Новгород

## АННОТАЦИЯ

Изложена методика визуального сопоставления результатов расчета напряженного состояния объемных конструкций, полученных экспериментально (методом фотоупругости) и численно (методом конечных элементов). Приведены результаты сравнения интерференционных картин для передней стойки шасси самолета Як-42.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Ключевым моментом проектирования сложных аппаратов в машиностроении является исчерпывающая прочностная информация о будущей конструкции предоставляемая в наглядных геометрических и цифровых образах, облегчающих интерпретацию результатов всем категориям специалистов, участвующим в проектировании [1].

Анализ материализованной модели объекта проводится различными экспериментальными методами, которые позволяют судить о работоспособности конкретного образца изделия (а по нему, в среднем, и обо всей партии однотипных изделий), оценивать его фактическое напряженно-деформированное состояние (НДС), прочностную надежность при фактической точности изготовления и сборке деталей. Без экспериментальных испытаний изделие не может быть допущено к серийному выпуску. Конечно, в единичном эксперименте результаты лабораторных, стендовых и натурных испытаний могут иметь формально высокую точность. Кроме того, экспериментальные методы, как правило, являются дорогостоящими и не позволяют получить информацию о любых элементах конструкций в силу недоступности размещения измерительной аппаратуры во всех точках объема [2].

Современные расчетные методы (аналитические и численные) предоставляют возможность моделировать поведение конструкций с учетом большого количества факторов, оказывающих влияние на их деформирование. Они менее дорогостоящие по сравнению с экспериментальными методами и позволяют получить достаточно широкий спектр характеристик деформирования конструкций, соответствующих известным физико-математическим моделям механики сплошных сред. Однако зависимость результатов расчета от используемой математической модели (построенной на основе ряда предположений и экспериментально устанавливаемых параметров), детальности описания геометрии, учета реальных свойств поведения материалов, адекватности начальных и краевых условий нагружения конструкции реальным условиям эксплуатации требует в процессе проектирования и доводки конструкций дополнительной проверки достоверности получаемых результатов (особенно численных) другими методами, и, прежде всего – экспериментальными.

Сочетание расчетных и экспериментальных методов позволяет повысить степень доверия результатам расчетов и

на основании последних выявить наиболее опасные участки конструкции для дальнейшего исследования НДС и прочности или внесения изменений в конструкцию при ее модификации, возникающих при рассмотрении вопросов, связанных с оценкой и продлением ее работоспособности. Одна из важных задач для проектировщиков и расчетчиков при таком подходе заключается в эффективности сопоставления и анализа экспериментальных и расчетных данных, удобстве визуального, качественного и количественного представления о степени загруженности конструкции.

## 2. МЕТОД ФОТОУПРУГОСТИ

В настоящее время известен ряд различных экспериментальных методов, которые широко используются в машиностроении для исследования напряженно-деформированного состояния и прочности конструкций [3]. Ниже рассматриваются только вопросы, связанные с применением интерференционно-поляризационного метода в оптическом диапазоне электромагнитных волн (поляризационно-оптического метода или метода фотоупругости). Это связано с универсальностью и эффективностью применения поляризационно-оптического метода к исследованию двумерных (плоских) и объемных задач механики деформируемого тела [4]. Основу поляризационно-оптического метода составляет физико-механическое явление, при котором плоско поляризованные волны при прохождении через деформированный элемент прозрачной модели получают сдвиг фаз или оптическую разность хода, величина которой зависит от напряженно-деформированного состояния элемента. По интерференционной картине, получаемой при наложении этих волн, можно судить о напряжениях (деформациях), возникающих в конструкции.

Поляризационно-оптический метод используется в настоящее время для исследования различных классов задач механики деформируемого твердого тела – задач теории упругости (метод фотоупругости), пластичности (метод фотопластичности), ползучести (метод фотоползучести), вязкоупругости (метод фотовязкоупругости) и др.

Среди различных методов механики деформируемого твердого тела поляризационно-оптический метод занимает особое положение. Причина в первую очередь заключается в том, что этот метод – экспериментальный, а эксперимент – основа и критерий любых теоретических построений. Немаловажное значение имеет его простота, надежность, наглядность получаемых результатов. Существенная особенность поляризационно-оптического метода состоит в том, что характер распределения напряжений (деформаций) может быть установлен без какой-либо обработки экспериментальной информации, лишь по картине полос изохром, которая наблюдается в простейшем полярископе. Метод фотоупругости позволяет с достаточной степенью

точности получать количественные оценки распределения напряжений, а в отношении простоты и наглядности он выгодно отличается от других экспериментальных методов исследования напряженного состояния.

Для исследования как упругих, так и неупругих задач широко используется метод фотоупругих покрытий [4]. Сущность этого метода состоит в том, что на поверхность конструкции или ее модели, изготовленной из материала натурой, наносятся сравнительно тонкие покрытия из прозрачных материалов. Покрытия деформируются вместе с поверхностью, на которую они нанесены. При помощи поляризационно-оптических установок для работы в отраженном свете измеряются оптические эффекты в покрытиях и по ним определяются деформации и напряжения в исследуемых объектах.

При просвечивании в полярископе однородной в направлении волновой нормали фотоупругой среды – плоской модели – всегда можно найти два перпендикулярных друг другу направления поляризатора, при которых линейно поляризованный свет проходит средой без изменения состояния поляризации. Эти направления совпадают с направлениями главных напряжений. Отмеченное свойство главных направлений позволяет экспериментально определять их в скрещенном полярископе, а также измерять разность фаз между линейно поляризованными колебаниями, направления поляризации которых совпадают с главными направлениями. Таким образом, в случае плоской модели с точки зрения метода фотоупругости неизвестными в каждой точке являются направления и разность главных напряжений, которые определяются экспериментально путем измерения параметра изоклины и разности фаз.

В том случае, когда главные напряжения не лежат в плоскости фронта волны и на площадках, перпендикулярных лучу будут действовать касательные и нормальные напряжения, анализ прохождения поляризованного света через такой элемент, находящийся в однородном напряженном состоянии, показывает, что оптические эффекты в первом приближении [5] зависят от квазиглавных напряжений для направления просвечивания. Поэтому оптическая разность хода будет пропорциональна разности квазиглавных напряжений, а параметр изоклины будет характеризовать направление квазиглавных осей тензора напряжений [4].

Кроме того, заметим, что и классический метод фотоупругости стал трудоемок. Он утратил свое изящество, а вместе с ним и оперативность, как только перестали довольствоваться разностью главных напряжений в плоских задачах и особенно когда перешли к исследованию трехмерных задач. Необходимо автоматизировать эксперименты и модифицировать методики, чтобы восстановить их оперативность [6].

Метод фотоупругости позволяет достаточно просто определять направления и разности квазиглавных напряжений (деформаций). В некоторых случаях этих данных уже достаточно. Так, например, для оценки прочности конструкций по теории максимальных касательных напряжений требуется знать лишь разность главных напряжений. Однако в общем случае необходимо найти раздельно все компоненты тензора напряжений (деформаций). Практика применения поляризационно-оптического метода к различным задачам механики деформируемого твердого тела показывает, что одних данных

поляризационно-оптических измерений (значениям порядков полос и параметров изоклин) недостаточно для определения компонент тензоров напряжений и деформаций в произвольных точках моделей. Поэтому в поляризационно-оптическом методе всегда приходится решать задачу о разделении напряжений, т.е. задачу об определении отдельных компонент тензоров напряжений и деформаций с использованием данных поляризационно-оптических измерений и установленных оптико-механических соотношений (зависимостей, связывающих компоненты тензора диэлектрической проницаемости или величины двойного лучепреломления с параметрами напряженно-деформированного состояния). Для решения этой задачи используются уравнения механики деформируемого тела и применяются численные методы или проводятся дополнительные экспериментальные измерения.

### **3. КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Весь процесс создания новой техники осуществляется в настоящее время с помощью компьютеров с широким использованием систем автоматизированного проектирования. Большинство отечественных и зарубежных систем автоматизированного проектирования, в которых имеется возможность решать задачи механики деформируемого твердого тела, используют, как правило, метод конечных элементов (МКЭ).

Метод конечных элементов (МКЭ) является мощным численным методом решения самых разнообразных задач, возникающих перед инженером. Исторически МКЭ развивался в связи с необходимостью рассчитывать сложные конструкции (кузова автомобилей, летательные аппараты и пр.) в задачах механики. Сложность задач требует эффективных численных методов их решения.

Идея метода состоит в том, что минимизируется функционал вариационной задачи на системе функций, каждая из которых отличается от тождественного нуля в некоторой небольшой конечной подобласти (конечном элементе). В результате реальная конструкция представляется совокупностью конечных элементов – заменяется конечно-элементной моделью. Имея набор стандартных базисных функций для каждого конечного элемента, можно получать решения задач, отличающихся геометрией рассматриваемой области (конструкции), распределением параметров внутри области (например, неоднородность свойств материалов), граничными условиями и т.п. Кроме универсальности и наглядности МКЭ обладает следующими достоинствами: позволяет рассматривать области с нерегулярными границами, проводить вычисления в отдельных элементах независимо друг от друга, выбирать тип конечного элемента, его размеры и геометрию, матричный аппарат МКЭ предоставляет возможность алгоритмизации решения задачи, начиная от построения конечно-элементной модели до наглядного представления результатов расчета, и реализации в виде эффективных пакетов программ.

В соответствии с кругом решаемых задач, программные средства систем автоматизированного проектирования можно условно разделить на геометрические и аналитические системы. Первые служат для создания геометрической модели (образа), внешнего вида изделия. Вторые предназначены для моделирования (на основе МКЭ или

других методов) различных физических полей и процессов, имеющих место в изделии, расчетов на прочность и т.д.

Как правило, системы автоматизированного проектирования различаются в уровне возможностей решения тех специфических задач отдельных отраслей машиностроения, на использование в которых эти системы ориентированы, в уровне возможностей и сложности описания и создания исходной модели объекта (препроцессора) и в уровне возможностей визуализации результатов расчетов (постпроцессора). Большинство практических задач могут быть решены стандартными средствами таких систем.

Однако в ряде случаев при анализе решения задачи может возникать необходимость получения некоторых величин или вида их представления для анализа, не предусмотренных стандартными средствами имеющейся системы. Очень часто такие возможности недоступны пользователю. Это касается, например, изменения шкалы вывода линий равного уровня или изменения цветовой гаммы. В этом случае необходимо создавать специализированные программы обработки результатов решения и визуализации в виде удобном для анализа.

#### 4. МЕТОДИКА СОПОСТАВЛЕНИЯ

Особенность предлагаемой методики визуального и числового сопоставления экспериментальных и расчетных результатов заключается в том, что при проведении экспериментальных наблюдений не требуется их дополнительная обработка, связанная с разделением напряжений на отдельные компоненты и экстраполяцией в точки недоступные для измерений. Численное решение предоставляет информацию обо всех компонентах тензора напряжений во всех точках объема. Основной научно-технический смысл предложенной методологии состоит в следующем [2].

В некоторой зоне  $S$  поверхности исследуемой детали с оптически чувствительным покрытием, доступной для наблюдения, экспериментально (методом оптически чувствительных покрытий) определяется напряженно-деформированное состояние – фиксируется интерференционное поле (полоса, цвет в полосе) на поверхности  $S$  при нескольких ступенях нагружения и определяются методом дробных полос численные значения напряжений в наиболее напряженных точках зоны  $S$ . При этом в зоне  $S$  должны быть участки с достаточно высоким уровнем напряженности (не менее одной полосы) по некоторой признанной в условиях прочности мере ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ,  $\sigma_i$ , ...).

Численно решается задача о НДС при тех же нагрузках, тех же граничных условиях. Этот расчет, конечно, позволяет вычислить напряжения в любой точке тела, построить результат в любой мере и обеспечить его представление по объему, по поверхностям, по сечениям. В частности, может быть получен результат и в зоне  $S$ , где фиксировались экспериментальные поля, значения напряжений, и представлен в той же форме вычислительных интерференционных полей (в той же мере, что и в эксперименте).

Если результаты эксперимента (после их обработки) и численного расчета в выбранной зоне  $S$  с оптически чувствительным покрытием достаточно хорошо совпадают, то есть: численные решения лежат в пределах цены поля

цвета эксперимента; в наиболее напряженной точке поля  $S$  погрешность по экспериментальному и численному результату составляет не более 35% по напряжениям, то с высокой степенью доверия можно полагать, что результаты эксперимента и численного решения согласуются между собой; использованные методы численного решения, включая формулировку краевых условий достаточно корректны.

При выполнении этих условий достаточно оснований считать, что численное решение МКЭ корректно во всем объеме – его результаты справедливы не только в зоне  $S$ , но и во всем объеме  $V$  деформируемого тела (детали). Численное решение значительно богаче, а при условии его подтверждения экспериментальными результатами будет обладать достаточным (большим) доверием.

Сопоставление результатов численного расчета и экспериментальных данных, полученных методом фотоупругости, может осуществляться либо визуально по всему полю полос (изохром), полученному при фотографировании или непосредственно наблюдаемому в ходе эксперимента и полученному из численного решения, которое в этом случае должно быть представлено в виде адекватном эксперименту, либо по отдельным точкам, измерения в которых в эксперименте проведены методами полос или компенсации с соответствующим пересчетом в идентичные численные величины или наоборот.

Качество визуального сопоставления численных и экспериментальных результатов зависит от используемой таблицы цветов изохром, которая получается при тарировочных испытаниях на просвет или отражение каждой партии оптически чувствительного материала. Сложность заключается в определении границы по напряжениям (деформациям) перехода от одного цвета к другому. На интерференционной картине в эксперименте этот плавный переход часто незаметен для наблюдателя. Для изображения поля изохром по расчетным данным в виде адекватном экспериментальной картине требуется как можно более точное значение этой границы.

#### 5. ПРОГРАММА ВИЗУАЛИЗАЦИИ

Авторами разработана исследовательская система визуализации, позволяющая для конечно элементных моделей трехмерных конструкций отображать: исходную конечно элементную сетку конструкции; деформированную конечно элементную сетку с задаваемым коэффициентом масштабирования перемещений; поле любой скалярной функции, определенной в узлах конечно элементной сетки, в виде заливки задаваемых интервалов значений функции цветом, определенным палитрой компьютера. При этом предполагается, что используются конечные элементы, представляющие собой 8-ми узловые объемные элементы типа призмы. Построение изображения осуществляется в виде параллельной проекции внешней поверхности конструкции на плоскость в задаваемом направлении точки зрения с удалением невидимых линий путем наложения близлежащих поверхностей на более удаленные от указанной точки зрения.

Программа реализована на языке Си в системе программирования QuickC для IBM совместимых компьютеров с использованием процедур на языке Assembler для ускорения вывода изображения напрямую в видеопамять компьютера. Данная версия программы может быть использована для видеоадаптеров, поддерживающих

видорежимы EGA и VGA, с разрешением не превышающем 800x600 пикселей и 16 цветной палитрой. Для конечно элементных моделей с большим числом узлов конечно элементной сетки имеется вариант программы, работающий с расширенной памятью в защищенном режиме, построенный в системе программирования NDP. Исходная информация содержится в виде текстовых файлов определенного формата, в которых должны размещаться данные об исходной геометрии конструкции (координатах узлов и связях элементов и узлов конечно элементной сетки), перемещения узлов конструкции, узловых значений функции отображаемых полей.

Система работает в диалоговом режиме и позволяет увидеть конструкцию с любой точки зрения трехмерного пространства, увеличить любую часть конструкции, повернуть на любой угол изображение в картинной плоскости, установить любые 16 цветов палитры из множества допустимых цветов соответствующего видеорежима, назначить любое количество интервалов

разбиения функции, граничные значения каждого интервала и код цвета выбранной палитры.

Данная программа может быть использована для вывода полос и изохром на внешней поверхности трехмерной конструкции. Единственным ограничением в этом случае является то, что при любой точке зрения на конструкцию полосы и изохромы будут выводиться в предположении нормального падения и отражения световой волны от источника.

Алгоритм изображения изохром на поверхности конструкции или ее части заключается в следующем. Назначается шкала вывода – диапазон значений изображаемой функции и соответствующий ему цвет. Задается точка зрения на объект – нормаль к плоскости проекции (радиус-вектор указанной пространственной точки). Определяются видимые внешние грани конечно-элементной модели объекта и сортируются в порядке удаленности от плоскости проекции. При этом грань элемента считается внешней, если она не инцидентна ни одной из граней всех других элементов конечно-элементной



Рис. 1

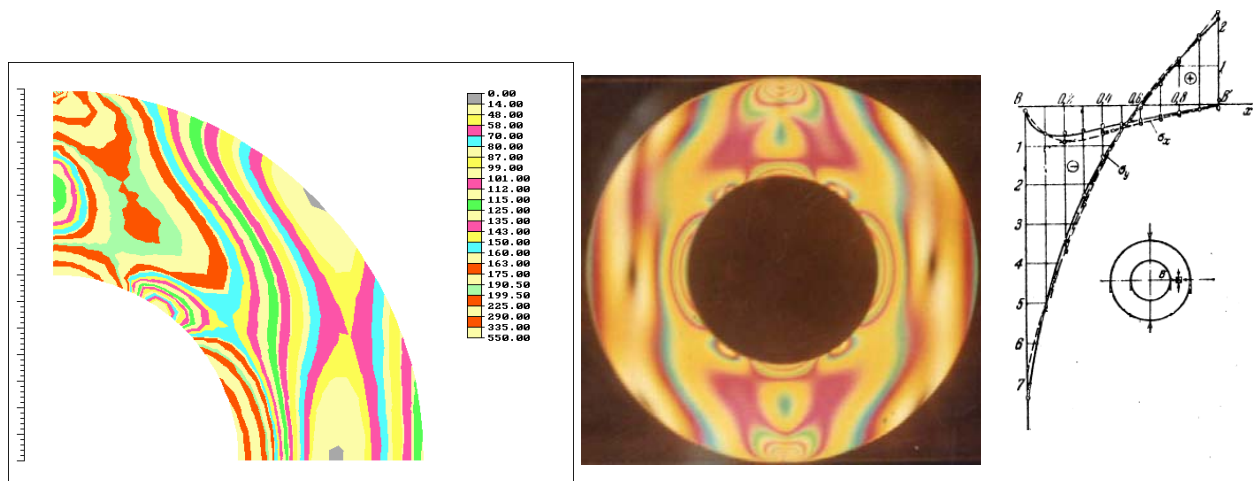


Рис. 2

модели. Видимость грани определяется по направлению внешних нормалей в ее узлах: угол между нормалью и радиус-вектором точки зрения на объект не должен превышать  $90^\circ$ . Вычисляются координаты узлов параллельной проекции видимых граней и пересчитываются в экранные координаты. Определяются узловые значения изображаемой функции. При этом для изображения линий уровня напряженного состояния в виде подобной экспериментальной интерференционной картине изохром и сравнения изображений при различных подходах (по разности главных или квазиглавных значений, по интенсивности) предусмотрены возможности вычисления соответствующих характеристик в предположении нормальности падения светового луча к поверхности объекта или для заданного направления просвечивания, определяемого точкой зрения на объект. Каждая грань разбивается на треугольники, в каждом из которых распределение функции предполагается линейным. В

соответствии с заданной шкалой определяются области треугольника, которые должны заполняться одним цветом, соответствующим диапазону значений функции. Отображение на экране монитора компьютера начинается с наиболее удаленных граней. Нормаль в узле конечно-элементной сетки, расположенном в регулярной точке поверхности объекта, определяется по известной формуле  $\mathbf{N} = \mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v / |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v|$ , где  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v)$  – радиус-вектор точки поверхности;  $u, v$  – параметры; индексами обозначены частные производные. В качестве параметров поверхности, аппроксимированной конечно-элементной сеткой, используются локальные нормализованные координаты соответствующих граней конечных элементов, примыкающих к данному узлу. Регулярность точки поверхности выясняется приближенно по величине двугранного угла между соседними гранями.

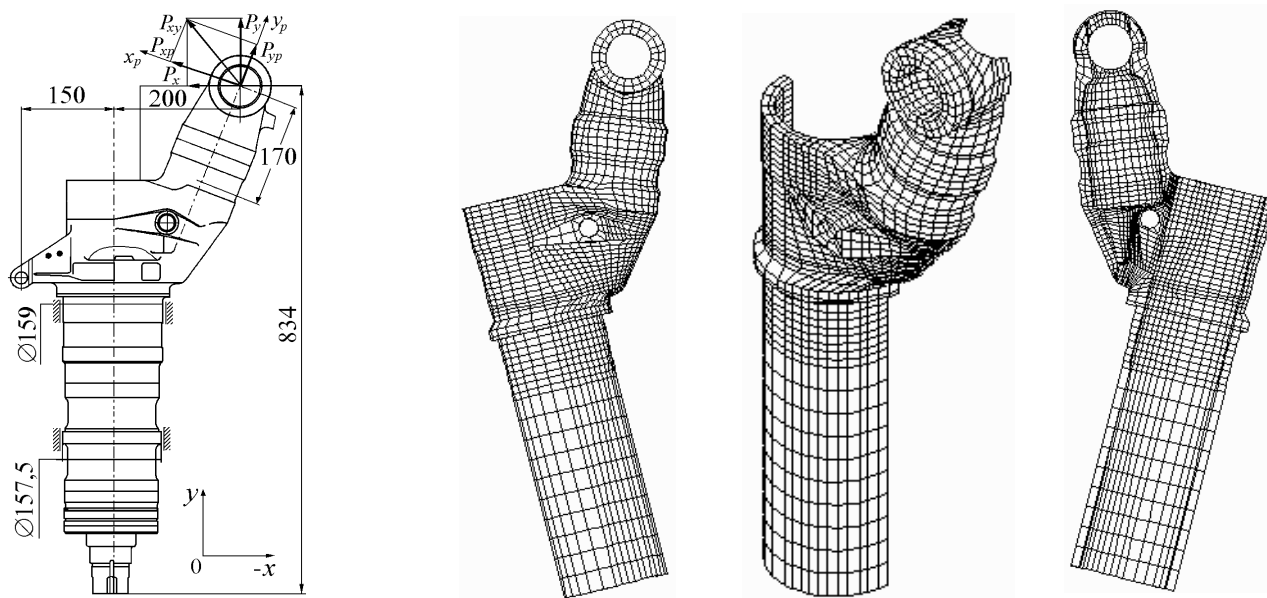


Рис. 3

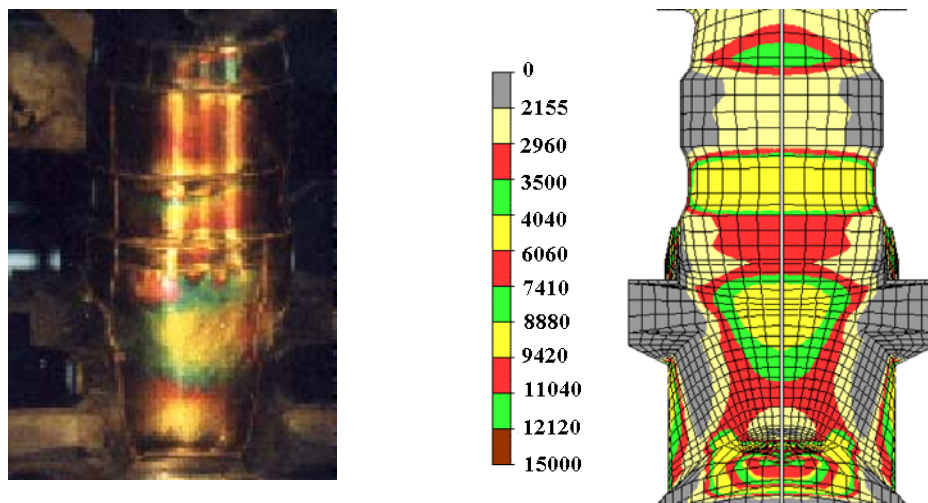


Рис. 4

## 6. РЕЗУЛЬТАТЫ

Для установления соответствия между изохромами и значениями напряжений проводятся тарировочные испытания оптически чувствительного материала покрытия в проходящем или отраженном свете. Испытываются клиновидные образцы на растяжение или диски на сжатие по диаметру. С точки зрения определения напряженного состояния эти задачи имеют аналитическое решение. На рис. 1 приведены результаты тарировочных испытаний клиновидного образца.

Результаты тарировочных испытаний использованы при тестировании методики сопоставления экспериментальных и расчетных результатов на задаче о диаметральном сжатии кольца (рис. 2). Результаты численного решения сравнивались с экспериментальной интерференционной картиной и аналитическим решением [4].

В качестве иллюстрации методики на рис. 3 изображена схема нагружения цилиндра передней опоры шасси самолета Як-42 и конечно-элементная модель, полученная с помощью препроцессора системы COSMOS/M. На рис. 4 представлена фотография экспериментального интерференционного поля на поверхности изогнутой части цилиндра и приведено вычислительное интерференционное поле, полученные при одной и той же нагрузке. Визуальное сравнение экспериментальных и численных интерференционных полей показывает их хорошее совпадение. Из анализа экспериментальных и расчетных данных о НДС в опасных точках рога следует, что: результаты численного и экспериментального исследований практически совпадают; численному решению МКЭ, определяющему НДС по всему объему цилиндра, можно вполне доверять с точностью самого метода и при достаточно плотной конечно-элементной сетке.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная методика и средства визуального сопоставления результатов численного решения методом конечных элементов трехмерных задач деформирования конструкций с экспериментальными интерференционными полями, получаемыми методом оптически чувствительных покрытий, основана на представлении численного решения в виде адекватном экспериментальной картине изохром. Это позволяет проектировщику и механику-расчетчику использовать удобные и наглядные средства визуального наблюдения и сопоставления информации о напряженном состоянии конструкции, при совпадении результатов повышает степень доверия к получаемым численным и

экспериментальным данным, обеспечивает качественно новый уровень сопровождения проектирования, доводки, контроля надежности и работоспособности конструкции.

## 8. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Комаров В.А. Оптимизация конструкций на ранних стадиях проектирования // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Анализ и оптимизация: Межвуз. сб. / М.: Товарищество научных изданий КМК. 1997. Вып. 57. С. 100-109.
- [2] Угодчиков А.Г., Беспалов В.А., Валит Л.А., Жидков А.В., Крамарев Л.Н., Романов Н.Д., Угодчиков Н.А., Услугин Н.Ф., Чесноков С.А., Шишарин А.В. Совокупный анализ объемного напряженного состояния методами оптически активных покрытий и численного моделирования // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Межвуз. сб. / М.: Товарищество научных изданий КМК. 1998. Вып. 59. С. 5-25.
- [3] Сухарев И.П. Экспериментальные методы исследования деформаций и прочности. М.: Машиностроение, 1987. 212с.
- [4] Александров А.Я., Ахметзянов М.Х. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1973. 576с.
- [5] Жидков А.В., Угодчиков Н.А. Исследование зависимости определяющих соотношений фотоупругости от направления просвечивания и напряжений // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. Н.Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2000. Вып. 62. С. 159-167.
- [6] Бугаков И.И. Фотоползучесть. М.: Наука, 1991. 164с.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЖИДКОВ АЛЕКСАНДР ВАСИЛЬЕВИЧ – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры теории упругости и пластичности механико-математического факультета Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского, тел. 65-76-01.

УГОДЧИКОВ НИКОЛАЙ АНДРЕЕВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры теории упругости и пластичности механико-математического факультета Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского, тел. 65-62-25.