

# Модифицированный рэлеевский детектор слабоконтрастных границ двумерных объектов на изображении

А.А Кравцов\*, О.С Сидоркина\*, Д.В. Юрин\*\*

\* ВМиК, Московский государственный университет, Москва, Россия

\*\* ФГУП НПП ОПТЭКС, Зеленоград, Россия

[kraft-cmc@yandex.ru](mailto:kraft-cmc@yandex.ru), [sidorkina\\_olga@mail.ru](mailto:sidorkina_olga@mail.ru), [yurin\\_d@inbox.ru](mailto:yurin_d@inbox.ru)

## Аннотация

Предложен улучшенный детектор краёв на изображении, основанный на аналогии с критерием Рэлея разрешимости спектральных линий в оптике. Новый детектор отличается лучшей локализацией непрямолинейных краев и возможностью построения быстрого алгоритма вычисления. Предложен простой и эффективный алгоритм вычисления контурного изображения со сложностью  $O(nm)$ , где  $n$  – число пикселей изображения,  $m$  – линейный размер окрестности (рамки), в то время как старый рэлеевский детектор имеет сложность  $O(nm^2)$ . Дан математический анализ локализации границ и чувствительности детектора вблизи границ двумерных объектов, видимых на изображении как угол, в сравнении с детектором Канни.

**Ключевые слова:** *Сегментация, детектор краев, RSEG, локализация, фильтрация изображений, отклик фильтра.*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее популярных методов сегментации изображений является класс алгоритмов, основанный на поиске водоразделов [1-3]. Основная идея этих методов состоит в следующем. По исходному изображению строится контурный препарат, представляющий собой серое полутоновое изображение, такое, что в окрестности границ объектов на исходном изображении на контурном препарате яркость велика, а в однородных областях – низка. Наиболее часто используются контурные препараты из [4,5]; известно также много альтернатив, дающих выигрыш в различных специфических ситуациях [1-3]. Следующим шагом является интерпретация этого изображения как рельефа местности и поиск хребтов (водоразделов) на этом изображении, например методами [1,2,6]. Контурные препараты являются также основой детекторов краев [5].

При наличии слабоконтрастных размытых границ двумерных объектов и при неоднородном контрасте в пределах поля изображения (например, в случае фоновой засветки) методы [4,5] дают неудовлетворительные результаты. Некоторым решением может быть контурный препарат из [1], который обладает свойством локальной адаптивности. Однако алгоритм [1] работает медленно и сложен в реализации. Другой проблемой является округление углов границ объектов и спрямление извилистых границ, типичное для контурных препаратов [1-5]. Кроме того, в областях, где граница объектов имеет излом, на контурных препаратах наблюдается снижение яркости линий, вплоть до их разрыва, что также негативно сказывается на результатах как сегментации водоразделами, так и детекторов границ.

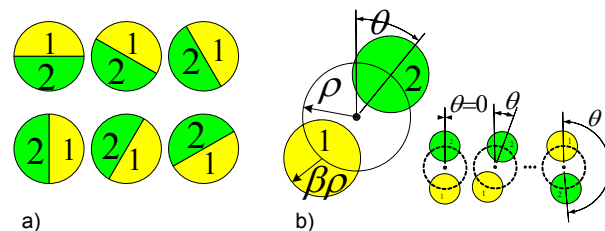
Предлагаемый в настоящей работе детектор границ является усовершенствованием [1], достаточно прост в реализации, вычислительно эффективен и показывает лучшие характеристики на извилистых и угловатых границах объектов на изображении. Дается также сравнительный с [1] и Канни [5] математический анализ поведения детектора, в том числе в районе углов объектов.

## 2. НОВЫЙ РЭЛЕЕВСКИЙ ДЕТЕКТОР КРАЕВ

Рассмотрим две области  $G_1$  и  $G_2$  на сером полутоновом изображении, каждая из которых обладает своим распределением яркости, характеризующимся средней яркостью  $I_{G_j}$  и дисперсией  $D_j = \sigma_{G_j}^2$ ,  $j = \{1, 2\}$ . В [1] было предложено в качестве критерия разрешения этих областей по яркости использовать известный в оптике критерий Рэлея разрешимости спектральных линий, утверждающий, что спектральные линии (распределения яркостей) могут быть разрешены, если расстояние между их максимумами превышает сумму полуширин. Математически это можно формализовать следующим образом:

$$Q = \frac{|I_{G_1} - I_{G_2}|}{\sigma_{G_1} + \sigma_{G_2} + \varepsilon}, \quad Q \geq 1. \quad (1)$$

Величина  $\varepsilon \geq 1$ , предотвращает деление на нуль и имеет следующий смысл: область изображения, имеющая неоднородность по яркости менее  $\sigma_j < \varepsilon$ , считается однородной.



**Рис. 1.** а) Рамки из [1], б) предлагаемые рамки

В алгоритме [1] использовались рамки, представленные на рис. 1.а; области  $\{G_1, G_2\}$  помечены цифрами. Для каждой точки изображения  $(x, y)$  выбиралась круглая рамка радиуса  $\rho$ , средние и дисперсии считались по обеим половинкам независимо, затем вычислялась R-величина, математически выражающая критерий Рэлея:

$$R(x, y) = \frac{q}{1 + q}, \quad \text{где } q = \max_{\theta} Q(x, y, \theta) \quad (2)$$

Здесь угол  $\theta$  характеризует направление деления рамки на две области (рис. 1.а), величина  $Q$  определяется формулой (1). Для определения введенной R-величины, для каждой

точки изображения (x,y) следует вычислить среднее и дисперсию по 6 различным парам областей (рис.1 а).

В настоящей работе предлагается использовать другую форму рамки (рис.1б), состоящую из двух областей {G<sub>1</sub>,G<sub>2</sub>} в форме круга, а среднее и дисперсию по каждой области {G<sub>1</sub>,G<sub>2</sub>} считать с весом, имеющим шляпообразное распределение с максимумом в центре каждой области. То есть ввести понятие усреднения в виде:

$$\langle f(x,y) \rangle = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x-\zeta, y-\eta)W(\zeta,\eta)d\zeta d\eta, \\ W(x,y) \equiv W(x) \cdot W(y) \quad (3)$$

$$W(x) = \frac{1}{2\pi(\rho\beta)} \exp\left(-\frac{x^2}{2(\rho\beta)^2}\right)$$

где  $\beta$  – параметр порядка единицы. Круглая форма областей {G<sub>1</sub>,G<sub>2</sub>} позволяет лучше отслеживать извилистые границы, по крайней мере, с радиусом кривизны меньше  $\rho$ , а весовая функция дополнительно снижает влияние граничных пикселей, которые часто представляют собой переходные, смешанные яркости. Сепарабельность весовой функции и изотропная форма областей {G<sub>1</sub>,G<sub>2</sub>} позволяет построить эффективный и легко кодируемый

**Алгоритм:**

1. Построить изображение, пиксели которого равны квадратам яркостей исходного изображения.
2. Выполнить с ними свертку по строкам с ядром (3).
3. Выполнить свертку по столбцам с ядром (3).
4. Преобразовать изображение со средними квадратами яркостей в дисперсию и стандартные отклонения по формуле  $\sigma_{G_i} = \sqrt{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}$ .
5. Просматривая буферы с результатами вычислений по окружностям с центром в (x,y) радиуса  $\rho$ , вычислить величину Q по формуле (1) и R по формулам (2). □

Так как ни одна операция не требует более чем 2ρ строк изображений, то все вычисления выполняются через промежуточные буферы, используя (1+2(1+2ρ))(w+2ρ)f байт памяти, где w – ширина изображения, f – количество байт в числе с плавающей точкой. При необходимости результат может быть помещен на место исходного изображения.

**3. АНАЛИЗ ЛОКАЛИЗАЦИИ**

Известно, что все контурные препараты сглаживают извилистые границы (скругляют углы). В отличие от анализа Канни [5], в настоящей работе граница на модельном изображении между объектами А и В образует угол величины π-2α, где tg(α)=γ, и симметрична относительно оси ОХ (см. рис.2). Объекты А и В характеризуются средними яркостями I<sub>a</sub>, I<sub>b</sub>, и случайными шумами n<sub>a</sub>(x,y), n<sub>b</sub>(x,y) с нулевыми средними и дисперсиями σ<sub>a</sub><sup>2</sup>, σ<sub>b</sub><sup>2</sup>:

$$I(x,y) = \begin{cases} I_a + n_a(x,y), & \text{при } (x,y) \in A \\ I_b + n_b(x,y), & \text{при } (x,y) \in B \end{cases}, \quad (4)$$

Будем рассматривать зависимость величины отклика R фильтра (2) от положения рамки, по которой строится значение контурного препарата в точке. Очевидно, что наиболее сильное нарушение локализации происходит на угловых

особенностях границы, поэтому достаточно будет рассмотреть одномерную функцию зависимости от d.

Тогда отклик фильтра R будет зависеть от трех параметров – α, β и d, а также от величин I<sub>a</sub>, I<sub>b</sub> и σ<sub>a</sub><sup>2</sup>, σ<sub>b</sub><sup>2</sup>. Случай α =0 соответствует модели StepEdge, рассмотренной Канни[5]

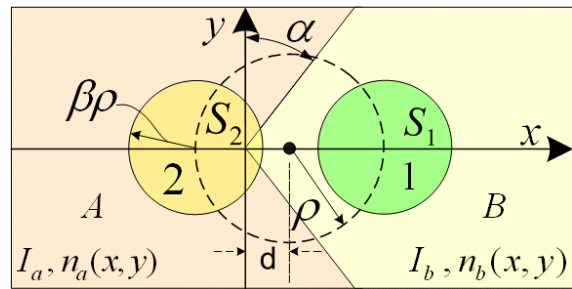


Рис. 2. Модель изображения и схема для анализа

Для произвольно заданной на изображении (4) области G, положение которой характеризуется точкой S, лежащей на оси X, и внутри которой задана весовая функция

$$W(x,y) : \int_G W(x-S,y) dx dy = 1, \quad (5)$$

среднее и дисперсия по области G, с учетом (4), (5) и введенного понятия усреднения (3), принимают вид:

$$\langle I \rangle_G = I_a \Psi(S) + I_b (1 - \Psi(S)) \\ \langle D \rangle_G = \left( (I_a - \langle I \rangle_G)^2 + \langle n_a^2 \rangle \right) \Psi(S) + \\ + \left( (I_b - \langle I \rangle_G)^2 + \langle n_b^2 \rangle \right) (1 - \Psi(S)) \quad (6)$$

где

$$\Psi(S) = \iint_{G \cap A} W(x-S,y) dx dy \quad (7)$$

Для контурных препаратов по Рэлею, как описано выше, окрестность состоит из двух областей G<sub>1</sub> и G<sub>2</sub> (рис. 1б и рис.2), положение которых определяется точками

$$S_1 = d + \rho \quad S_2 = d - \rho \quad (8)$$

Поскольку весовая функция (3) быстро убывает и стремится к нулю на бесконечности, можно считать, что G<sub>1</sub> ≅ G<sub>2</sub> ≅ R<sup>2</sup>. В этом случае функция Ψ(S), определенная в (7), принимает вид:

$$\Psi(S) = 2 \int_0^{\infty} dy \int_{-\infty}^y dx \frac{1}{2\pi(\beta\rho)^2} \exp\left(-\frac{(x-S)^2}{2(\beta\rho)^2}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{2(\beta\rho)^2}\right) = \\ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-\zeta^2) \left( \operatorname{erf}(\gamma\zeta + \frac{S}{\sqrt{2}(\beta\rho)}) + 1 \right) d\zeta \quad (9)$$

где γ=tg(α) и зависит от 3 параметров

$$\Psi(S) = \Psi(S, \gamma, \beta) \quad (10)$$

Подставляя в (9) S<sub>1</sub> и S<sub>2</sub> из (8) и вычисляя значения (6) для областей G<sub>1</sub> и G<sub>2</sub>, по формулам (1)-(2), получим аналитическое выражение для отклика предлагаемого детектора при y=0. Эта величина зависит от параметра γ=tg(α) (рис.2), параметра β, определяющего полуширину весовой функции (3) и координаты точки d на оси X.

$$R = R(d, \gamma, \beta) \quad (11)$$

**Определение 1:** локализация фильтра – это отклонение положения границы, даваемое фильтром, от истинного ее положения. В данной модели

$$x_R(\gamma, \beta) = \arg \max_d R(d, \gamma, \beta) \quad (12)$$

**Определение 2:** острота отклика фильтра – это величина, характеризующая точность определения значения  $d$ , при котором достигается максимум  $R$ .

$$\tau(\gamma, \beta) = |x_{\max} - x_{\min}|, \quad (13)$$

где  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  – корни уравнения  $R(x_R(\gamma, \beta), \gamma, \beta) \cdot (1 - 1/N_b) = R(x, \gamma, \beta)$ , а  $N_b$  – число градаций яркости изображения.

При слишком малых  $\beta$ , наряду с улучшением локализации (12) падает острота отклика (13), поэтому возникает вопрос о выборе некоторого оптимального значения  $\beta$  во всем диапазоне углов  $\alpha$ , так как на реальных изображениях обычно присутствуют границы различной степени извилистости и угловатости. Численные расчеты показывают, что оптимальное  $\beta$  для различных углов лежит в пределах:

$$0.3 \leq \beta_{\text{opt}} \leq 0.45 \quad (14)$$

Кроме выражений для отклика предлагаемого рэлеевского детектора границ (1)-(2),(6),(8)-(11), аналогичные зависимости были получены для рэлеевского детектора границ из [1] и для детектора, использованного Канни [5].

Для детектора из [1] интегрирование не может быть продолжено до бесконечности, поэтому выражение для отклика фильтра состоит из разных частей, область определения которых определяется системой неравенств. Из-за ограниченности места и громоздкости эти выражения здесь не приводятся. Выражение для величины отклика детектора границ Канни [5] при  $y=0$  в зависимости от параметра  $\sigma$  и величины угла границы  $\alpha$  (рис.2) представляется в виде:

$$C(d, \gamma, \sigma) = \sqrt{\left\langle \frac{\partial I}{\partial x} \right\rangle^2 + \left\langle \frac{\partial I}{\partial y} \right\rangle^2} = |I_a - I_b| \Phi(d, \gamma, \sigma), \quad (15)$$

где

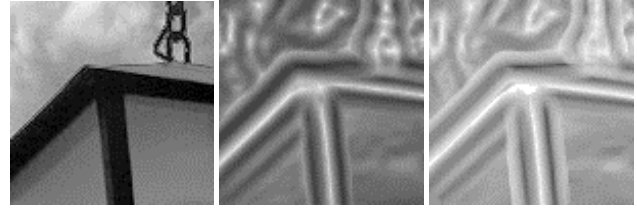
$$\Phi(d, \gamma, \sigma) = \frac{\sqrt{2} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\gamma \sqrt{2} d}{2\sigma \sqrt{1+\gamma^2}} \right) \right) \exp\left(-\frac{d^2}{2\sigma^2(1+\gamma^2)}\right)}{2\sqrt{\pi}\sigma\sqrt{1+\gamma^2}}$$

Параметры, характеризующие локализацию  $x_C(\gamma, \sigma)$  и остроту отклика  $\tau(\gamma, \beta)$ , вводятся аналогично (12),(13).

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

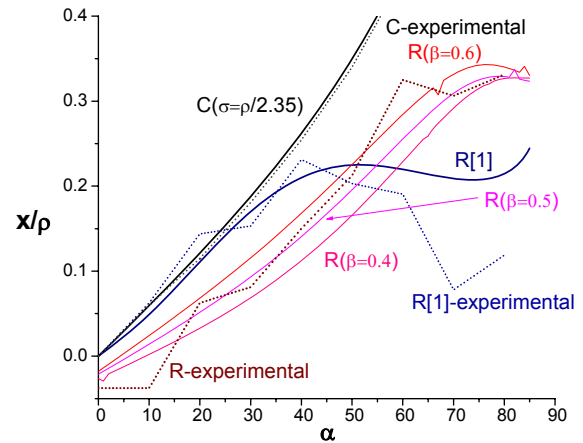
Фрагмент изображения, обработанный предлагаемым детектором границ, представлен на рис.3. Исходное изображение подвергнуто нелинейному и немонотонному гистограммному преобразованию, а результаты изображены в негативе по полиграфическим соображениям. На рис.3б видно, что предложенный детектор дает на границах дву-

мерных объектов более яркий отклик, который существенно меньше падает на углах объектов, чем предложенный в [1] (рис.3в) и в меньшей степени скругляет углы.



**Рис. 3 а, б, в.** Оригинал, результат предлагаемого детектора и результат, полученный методом [1], соответственно

На основе полученных в разделе 3 выражений было проведено расчетно-параметрическое исследование свойств предлагаемого детектора краев в сравнении с [1] и Канни. Теоретические выводы верифицировались с прямыми экспериментальными измерениями, для чего генерировалась серия изображений, соответствующих модели (4) и рис.2 для разных величин угла  $\alpha$  и различных значений яркостей и шумов  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$ . Измерения производились вдоль строки изображения, проходящей через вершину угла (рис.2). Сравнение этих детекторов краев имеет смысл производить при таких их параметрах, чтобы ширина линии-отклика на прямолинейную границу двумерных объектов была одинакова. Поэтому параметр  $\rho$  предлагаемого детектора выбирался равным половине радиуса рамки [1],  $\beta=0.4$  в соответствии с (14), для Канни (15) выбиралось  $\sigma=\rho/2.35$ , радиус рамки Канни  $-3\sigma$ . На рис.4 представлены зависимости параметра локализации (12) для предлагаемого детектора (R), R из [1] и Канни (C). Видно, что по мере возрастания угла  $\alpha$  (рис.2), граница, обнаруженная Канни, быстрее отклоняется от своего истинного положения, чем для предлагаемого детектора и для [1]. Экспериментальные измерения показывают приемлемое согласие с теоретическими результатами, а их осцилляции обусловлены случайной реализацией шумов (5), особенно в районе вершины угла  $\alpha$ .



**Рис. 4.** Локализация контурных препаратов из [1], Канни и предложенного в работе при различных параметрах  $\beta$

На рис.4 видно, что в диапазоне углов  $\alpha$  от 0 до 50° предлагаемый детектор дает лучшую локализацию границы, чем [1], однако при больших углах [1] фактически перестает обнаруживать границу и линия терпит разрыв, что видно на рис. 3в и графиках для величины отклика фильтров (рис.5).

Видно также, что по мере роста  $\alpha$ , отклик предлагаемого детектора убывает медленнее, чем для Канны.

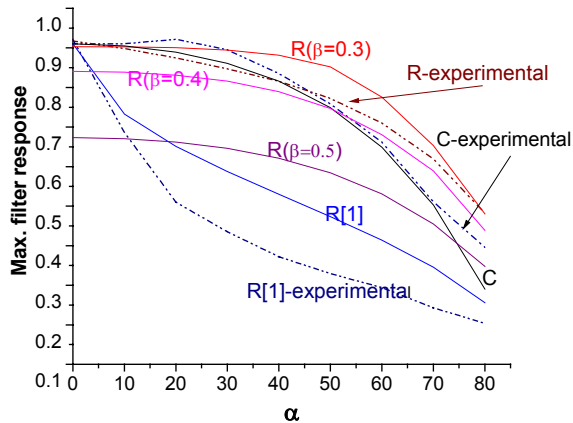


Рис. 5. Сравнение максимумов откликов фильтров из [1], Канны и предлагаемого контурного препарата

Численные расчеты также показывают, что полуширина отклика фильтра на границе объектов для предлагаемого детектора границ двумерных объектов меньше, чем для [1] и [5] и практически не возрастает с увеличением угла  $\alpha$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен улучшенный детектор границ двумерных объектов. Теоретические результаты и экспериментальные измерения показывают, что для непрямолинейных границ:

1. локализация с помощью предложенного метода существенно лучше, чем для описанного в [1] и Канны [5];
2. величина отклика (яркость линий) предложенного метода больше, чем для описанного в [1].

Предложен простой и эффективный алгоритм вычисления. Для неоптимизированной программной реализации на Pentium-M 800 МГц время обработки изображения в 1 Мпикс. при  $\rho=8$  составило 1.5 с, что в 5 раз быстрее, чем [1] и линейно зависит от размера изображения и  $\rho$  в отличие от [1].

## 6. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 06-01-00789.

## 7. БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Mintchenkov M.V., Yurin D.V., Helvas A.V. *Unsupervised Algorithm for Images Segmentation on the Base of the Rayleigh 2D Objects Boundaries Detector*. // In Conference Proc. 12-th International Conference on Computer Graphics GraphiCon'2002 -P. 243-250. Nizhny Novgorod, Sept. 16-21, 2002. [http://www.graphicon.ru/2002/pdf/Mintchenkov\\_Re.pdf](http://www.graphicon.ru/2002/pdf/Mintchenkov_Re.pdf).
- [2] Deng Y., Manjunath B.S., Shin H. *Color Image Segmentation* // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR '99 — 1999 — V.2. — P.446–451. <http://vision.ece.ucsb.edu/publications/99CVPRSeg.pdf>
- [3] Jing, F., Li, M., Zhang, H.J., Zhang, B. *Unsupervised Image Segmentation Using Local Homogeneity Analysis*.

// Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2003. <http://citeseer.ist.psu.edu/jing03unsupervised.html>

[4] Di Zenzo S. *A note on the gradient of multi-image* // Comput. Vision Graphics Image Process. 1986. V. 33. P. 116-125.

[5] Canny J. *A computational approach to edge detection* // IEEE Trans. PAMI. 1986. V. 8. P. 34-43.

[6] J.B.T.M. Roerdink and A. Meijster. *The watershed transform: definitions, algorithms, and parallelization strategies*. // Fundamenta Informaticae 41, pp. 187-228, 2000.

## Об авторах

Кравцов Андрей Анатольевич – студент 3 курса факультета Вычислительной Математики и Кибернетики Московского Государственного Университета им. М.В. Ломоносова E-mail: [kraft-cmc@yandex.ru](mailto:kraft-cmc@yandex.ru)

Сидоркина Ольга Станиславовна – студентка 3 курса факультета Вычислительной Математики и Кибернетики Московского Государственного Университета им. М.В. Ломоносова. E-mail: [sidorkina\\_olga@mail.ru](mailto:sidorkina_olga@mail.ru).

Юрин Дмитрий Владимирович – кандидат физ.-мат. наук, ФГУП НПП ОПТЭКС, главный специалист. Телефон: +7-(495)-535-4887, +7-(916)-387-7367

E-mail: [yurin\\_d@inbox.ru](mailto:yurin_d@inbox.ru)

Адрес: Москва, 119899, Воробьевы горы, МГУ, 2-й учебный корпус, факультет ВМиК, кафедра математической физики.

## Modified Rayleigh Detector of Low Contrast 2D Objects Boundaries on Image

### Abstract

An improved 2D object boundary detector is proposed, based on analogy with Rayleigh spectral lines resolution criteria in optics. The detector demonstrates better localization of non straight line object boundaries. Simple and effective algorithm for building relief-like boundary image is proposed with linear complexity both in image area and environment linear size. Mathematical analysis of localization and filter response near non straight line edges is presented in comparison with Canny and old Rayleigh detectors.

**Keywords:** image segmentation, edge detector, RSEG, localization, image filtering, filter response.

### About the authors

Andrey A. Kravtsov is a third year student at Moscow State University, Department of Computational Mathematics and Cybernetics. His contact e-mail is [kraft-cmc@yandex.ru](mailto:kraft-cmc@yandex.ru)

Olga S. Sidorkina is a third year student at Moscow State University, Department of Computational Mathematics and Cybernetics. Her contact email is [sidorkina\\_olga@mail.ru](mailto:sidorkina_olga@mail.ru).

Dmitry V. Yurin, PhD, is a chief specialist of FGUP RPE OPTecs His contact email is [yurin\\_d@inbox.ru](mailto:yurin_d@inbox.ru)