

# Изоморфные скелеты растровых изображений

Домахина Л.Г. \*

Охлопков А.Д. †

Факультет Вычислительной математики и кибернетики

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия

## Аннотация

В работе рассматривается задача построения изоморфных скелетов и скелетных сегментаций двумерных растровых изображений.

Формулируется задача и предлагается метод поиска  $\epsilon$ -близких аппроксимаций, имеющих изоморфные скелеты, для двух растровых изображений.

Метод может быть использован для приложений в компьютерной графике и для решения задач распознавания изображений.

**Keywords:** растровое изображение, аппроксимация растрового изображения, непрерывный скелет, скелетный граф, изоморфизм скелетов, скелетная сегментация

## 1 Введение

В данной работе рассматриваются задачи преобразования растровых объектов в непрерывные представления. Такие задачи часто встречаются в компьютерной графике, при анализе и преобразовании изображений, в задачах распознавания.

В работе [Tanase 2005] описан метод сегментации (декомпозиции) многоугольной фигуры на "значимые части" на основе прямолинейного скелета. При этом "значимость частей" отмечена чисто визуально и не показано приложений, в которых может использоваться данное разбиение. Кроме того в разбиении [Tanase 2005] для двух похожих фигур необязательно выделяются одни и те же "значимые части". Это значит, что такое разбиение трудно использовать для решения задач распознавания.

В работе [Домахина 2007] предложен метод скелетной сегментации растровых объектов на основе построения гранично-скелетного представления. Он может быть применен для решения задачи построения гомеоморфного отображения растровых объектов следующим образом. Строится скелетная сегментация каждого растрового объекта. Если две скелетные сегментации изоморфны, то для каждой пары сегментов, соответствующих друг другу в изоморфизме, строится их гомеоморфное отображение. При этом если использовать

в качестве аппроксимации растрового изображения многоугольную фигуру минимального периметра, а в качестве скелета — множество срединных осей, класс изображений, для которых построенная модель будет иметь изоморфную сегментацию, чрезвычайно узок. Это затрудняет использование метода в реальных приложениях.

В работе [Местецкий and Петрова 2006] описана задача расчета гомеоморфизма односвязных многоугольных областей с изоморфными базовыми скелетами. Предложенный подход позволяет корректно сформулировать задачу построения гомеоморфного отображения друг на друга объектов, имеющих содержательно близкие формы. Задача, сформулированная в [Местецкий and Петрова 2006] имеет следующие ограничения:

- Предполагается, что заданы изоморфные скелетные подграфы — базовые скелеты.
- Не описано решение задачи проверки объектов на содержательную близость.

В данной работе предлагается подход, позволяющий расширить работы [Местецкий and Петрова 2006] и [Домахина 2007], в частности снять указанные ограничения.

- Для двух растровых изображений формулируется задача поиска их  $\epsilon$ -близких аппроксимаций с изоморфными скелетами.
- Предлагается конструктивный метод поиска  $\epsilon$ -близких аппроксимаций двух растровых изображений, для которых скелетные сегментации, построенные на основе метода, описанного в работе [Домахина 2007] получаются изоморфными.

## 2 Изоморфизм скелетов и скелетных сегментаций

### 2.1 Аппроксимирующая фигура и ее скелет

*Нормальная область* [Choi et al. 1997] — ограниченная замкнутая область, граница которой представляет собой объединение конечного числа замкнутых контуров, каждый из которых в свою очередь состоит из конечного числа участков аналитических кривых.

Назовем *аппроксимирующей фигурой*  $F$  (просто *фигурой*) аппроксимацию растрового изображения некоторой нормальной областью.

*Скелетом фигуры*  $ta(F)$  [Местецкий 2005] называется множество центров максимальных вписанных в нее окружностей. Скелет представляет собой планарный граф, *вершинами* которого являются центры окружностей, касающихся границы фигуры в трёх и более точках, а *ребрами* — срединные оси, линии,

\*e-mail: Ludmila.domakhina@gmail.com

†e-mail: andrew.okhlopkov@gmail.com

состоящие из центров окружностей, касающихся границы фигуры в двух и более точках. *Гранично-скелетное представление растрового изображения* [Местецкий 1998] — это скелет аппроксимирующей фигуры вместе с множеством всех вписанных пустых кругов.

## 2.2 Изоморфизм скелетов

Пусть  $G$  и  $H$  — графы,

$V(G)$  и  $V(H)$  — множества вершин графов  $G$  и  $H$ ,

$E(G)$  и  $E(H)$  — множества ребер графов  $G$  и  $H$ ,

$f : V(G) \rightarrow V(H)$  — взаимно однозначное отображение множества  $V(G)$  на множество  $V(H)$ ,

$r : E(G) \rightarrow E(H)$  — взаимно однозначное отображение  $E(G)$  на  $E(H)$ .

Обозначим  $Q$  упорядоченную пару  $(f, r)$ .

Будем говорить, что  $Q$  — *изоморфное отображение (изоморфизм) графа  $G$  на граф  $H$* , если выполняется следующее условие: вершина  $v$  инцидентна ребру  $e$  в графе  $G$  тогда и только тогда, когда вершина  $f(v)$  инцидентна ребру  $r(e)$  в графе  $H$ . Если такой изоморфизм  $Q$  существует, то будем говорить, что графы  $G$  и  $H$  изоморфны.

Будем говорить, что *два скелета изоморфны* (рис. 3с), если они изоморфны как графы и при обходе вершин сохраняется последовательность висячих вершин, соответствующих друг другу в изоморфизме графов (рис. 1а — скелеты не изоморфны, хотя графы изоморфны).

## 2.3 Скелетная сегментация

Под *сегментацией* (декомпозицией) фигуры будем понимать ее разбиение на конечное множество областей (сегментов).

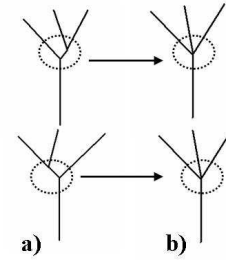
*Скелетной сегментацией* [Домахина 2007] фигуры будем называть её специальное разбиение на собственные области ребер скелета. Собственная область ребра скелета [Местецкий and Петрова 2006] — это минимальное подмножество точек фигуры, ограниченное ребром скелетного графа и соответствующими радиальными отрезками.

*Граф смежности сегментации* — плоский граф, вершины которого соответствуют сегментам, две вершины соединены ребром, когда соответствующие им сегменты являются смежными в разбиении (то есть имеют общую границу).

Сегментации называются изоморфными, если изоморфны их графы смежности.

**Утверждение 1.** Если непрерывные скелеты двух растровых изображений изоморфны, то изоморфны и их скелетные сегментации.

**Следствие.** Для того чтобы построить изоморфные скелетные сегментации необходимо, чтобы скелеты аппроксимирующих фигур были изоморфны.



**Рис. 1:** Проблема "перехлёста":

*a* — неизомерфные части скелета;

*b* — изомерфные после структурных изменений

## 2.4 Проблемы "шумовых ветвей" и "перехлёста"

Если рассмотреть многоугольные аппроксимации (например, многоугольниками минимального периметра) двух, даже очень сходных визуально, растровых изображений, их непрерывные скелеты будут иметь существенные различия (рис. 4б) и не будут изоморфны

В первую очередь это происходит из-за неровностей границы, которые порождают "шумовые ветви". Поэтому часто, например, в работах [Местецкий and Рейер 2003], [Домахина 2007], [Местецкий and Петрова 2006] используются различные стрижки скелета, например, выделение его фундаментальной части — базового скелета [Местецкий and Рейер 2003].

*Базовым скелетом* фигуры  $E$  с точностью  $\epsilon$  [Местецкий and Рейер 2003] называется такой минимальный подграф скелета фигуры  $E$ , что расстояние Хаусдорфа  $\rho_H(E, F) < \epsilon$ , где  $F$  — силуэт базового скелета — объединение всех вписанных в  $E$  кругов, центры которых лежат на базовом скелете.

После стрижки создается впечатление, что базовый скелет отражает структуру (форму) фигуры. Однако, могут возникнуть ситуации, в которых при незначительных изменениях фигуры происходит "перехлест" ребер скелета (рис. 1а), когда близко расположенные вершины скелета "меняются местами". При этом небольшие структурные изменения могли бы исправить ситуацию (рис. 1б). Изменения скелета приводят к изменению контура фигуры (границы аппроксимирующей фигуры). Если посмотреть на эту проблему с обратной стороны, то можно прийти к выводу, что использование другой аппроксимирующей фигуры могло бы избавить от "перехлестов". Отсюда возникает задача поиска таких аппроксимирующих фигур исходных растровых изображений, что их непрерывные скелеты изоморфны.

## 3 Задача поиска аппроксимаций растровых изображений с изоморфными непрерывными скелетами

Для того чтобы сформулировать задачу поиска аппроксимаций растровых изображений с изоморфными непрерывными скелетами необходимо:

- ввести понятие расстояние между растровым изображением и его аппроксимацией;

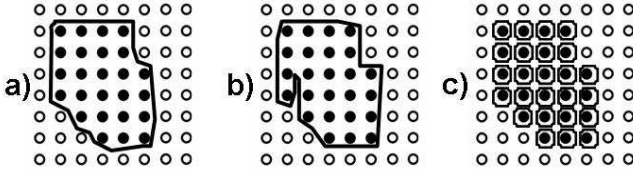


Рис. 2: Примеры аппроксимирующих фигур.

- определить класс фигур, аппроксимирующих растровое изображение с заданной точностью.

### 3.1 Расстояние между растровым изображением и его аппроксимацией

Обозначим

$N^2$  — множество точек растра,

$R^2$  — декартово произведение множества действительных чисел;

$\rho(\cdot)$  — евклидово расстояние на  $R^2$ .

Пусть дано растровое бинарное изображение  $I \in N^2$ , в котором черные пиксели относятся к изображению, а белые - к фону.

Обозначим

$D_b \subseteq N^2$  — множество черных точек растра;

$D_w \subseteq N^2$  — множество белых точек растра:  $D_w = N^2 \setminus D_b$ ;

$C_b \subseteq R^2$  — фигура, аппроксимирующая растровое изображение;

$C_w \subseteq R^2$  — дополнение  $C_b$ :  $C_w = R^2 \setminus C_b$ ;

$$d(b, C_b) = \min_{b^* \in C_b} \rho(b, b^*), \forall b \in R^2;$$

$$d(w, C_w) = \min_{w^* \in C_w} \rho(w, w^*), \forall w \in R^2;$$

$$d(b, D_b) = \min_{b^* \in D_b} \rho(b, b^*), \forall b \in R^2;$$

$$d(w, D_w) = \min_{w^* \in D_w} \rho(w, w^*), \forall w \in R^2;$$

$$\begin{aligned} H(C_b, D_b) &= \max_{b \in C_b} \{d(b, D_b) + d(b, C_b)\} = \\ &= \max_{b \in C_b} \{d(b, D_b)\} + \max_{b \in C_b} \{d(b, C_b)\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H(C_w, D_w) &= \max_{w \in C_w} \{d(w, D_w) + d(w, C_w)\} = \\ &= \max_{w \in C_w} \{d(w, D_w)\} + \max_{w \in C_w} \{d(w, C_w)\}; \end{aligned}$$

Но если  $D_b \subseteq C_b$ , то  $\forall b \in C_b$   $d(b, C_b) = 0$  и если  $D_w \subseteq C_w$ , то  $\forall w \in C_w$   $d(w, C_w) = 0$ , поэтому

$$H(C_b, D_b) = \max_{b \in C_b} \{d(b, D_b)\};$$

$$H(C_w, D_w) = \max_{w \in C_w} \{d(w, D_w)\}.$$

Определим расстояние между растровым бинарным изображением и его аппроксимирующей фигурой  $\mu(D_b, C_b)$  как максимум из двух расстояний:

1. между черными точками растрового изображения и аппроксимирующей фигурой и

$$\begin{array}{ccccccc} I_1 & \xrightarrow{a} & F_1^{MinPer} + ma_1 & \xrightarrow{b} & sil(S_1^*) & \xrightarrow{c} & Seg_1^* \\ & & & & \cong \downarrow & & \cong \downarrow \\ I_2 & \xrightarrow{a} & F_2^{MinPer} + ma_2 & \xrightarrow{b} & sil(S_2^*) & \xrightarrow{c} & Seg_2^* \end{array}$$

Рис. 3: Схема решения задачи 1

$a$  — построение многоугольной фигуры минимального периметра (ММФ) и непрерывного скелета ММФ  
 $b$  — преобразование скелета  $ma_i$  в скелет  $S_i^*$  и построение силуэта  $sil(S_i^*)$   
 $c$  — построение скелетной сегментации

2. между белыми точками растра и дополнением к аппроксимирующей фигуре.

$$\mu(D_b, C_b) = \max\{H(D_b, C_b), H(D_w, C_w)\} \quad (1)$$

**Замечание.** Можно положить  $\mu^*(D_b, C_b) = H(D_b, C_b)$ , то есть расстояние между белыми пикселями и дополнением фигуры не учитывать. Тогда аппроксимирующая фигура не будет отражать ни форму растрового изображения (рис.2b), ни связность (рис.2c). При использовании  $\mu$  (1) фигуры 2b и 2c будут иметь расстояние до растрового изображения гораздо большее, чем фигура 2a. При использовании  $\mu^*$  — примерно одинаковое.

### 3.2 Класс фигур, аппроксимирующих растровое изображение с заданной точностью

Пусть  $\varepsilon > 0$  фиксировано.

Определим класс фигур  $F_\varepsilon$ , аппроксимирующих растровое изображение  $I$  с точностью  $\varepsilon$  как множество фигур, расстояние (1) от которых до изображения не превосходит  $\varepsilon$ , то есть

$$F_\varepsilon = \{f : \mu(f, I) < \varepsilon\} \quad (2)$$

### 3.3 Постановка задачи

**Задача 1.** Для двух растровых изображений  $I_1$  и  $I_2$  построить их аппроксимирующие фигуры  $F_1 \in F_\varepsilon$  и  $F_2 \in F_\varepsilon$ , скелеты которых изоморфны  $ta(F_1) \cong ta(F_2)$ .

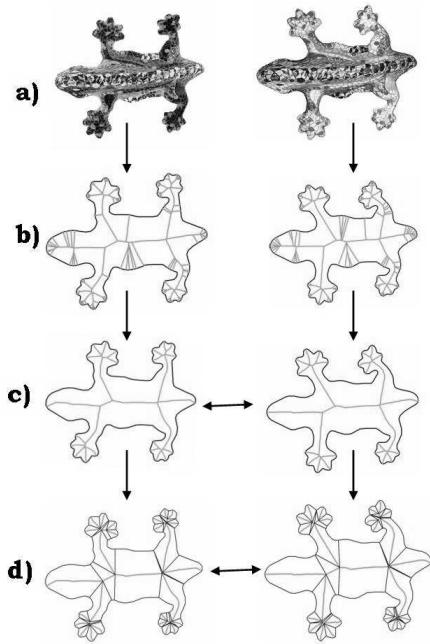
Введем понятие *силуэт скелетного подграфа*. Пусть  $S \subseteq ta$  — скелетный подграф скелета  $ta$  фигуры  $F$ . Тогда *силуэтом скелетного подграфа*  $sil(S)$  назовем объединение всех максимальных кругов, вписанных в  $F$ , центры которых лежат на  $S$ .

Вершина скелета, имеющая одно инцидентное ребро, называется *терминальной*, более одного - *узлом скелета*. Ребро, инцидентное терминальной вершине называется *терминальным*.

Пусть

$I_1$  и  $I_2$  — два растровых изображения;

$F_1^{MinPer}$  и  $F_2^{MinPer}$  — их аппроксимации многоугольными фигурами минимального периметра;



**Рис. 4:** Поиск аппроксимаций с изоморфными скелетами  
*a* — исходные растровые изображения;  
*b* — гранично-скелетное представление на основе многоугольной фигуры минимального периметра;  
*c* — изоморфные аппроксимации;  
*d* — изоморфные скелетные сегментации

$ma_1$  и  $ma_2$  — скелеты (medial axis) многоугольных фигур  $F_1^{MinPer}$  и  $F_2^{MinPer}$  соответственно.

Основную идею решения задачи 1 можно сформулировать следующим образом: (рис.3 и рис.4)

#### Метод решения задачи 1

1. Аппроксимация растровых изображений  $I_1$  и  $I_2$  многоугольными фигурами минимального периметра  $F_1^{MinPer}$  и  $F_2^{MinPer}$  (схема 3а).
2. Построение непрерывных скелетов  $ma_1$  и  $ma_2$  фигур  $F_1^{MinPer}$  и  $F_2^{MinPer}$  (рис.4б, схема 3а).
3. Выполнение над непрерывными скелетами  $ma_1$  и  $ma_2$  специальных операций двух типов: "стрижка" и "объединение близких узлов" до выполнения одного из двух критериев останова:
  - (a) найдены  $S_1^* \cong S_2^*$ ,
  - (b) силуэты скелетных подграфов  $S_1^*$  и  $S_2^*$ , полученных в результате этих операций отличаются от  $I_1$  и  $I_2$  не более чем на  $\varepsilon$  в метрике  $\mu$  (рис.4с, схема 3б).
4. Если в результате полученные скелетные подграфы изоморфны  $S_1^* \cong S_2^*$ , то решением задачи 1 являются аппроксимирующие фигуры  $sil(S_1^*)$  и  $sil(S_2^*)$ .

### 3.4 Операции над скелетом

#### 3.4.1 Операция "Стрижка"

Стрижка представляет собой последовательное удаление отдельных ребер скелета. Основой процесса стрижки является критерий, по которому должно приниматься решение о завершении процесса.

##### Алгоритм стрижки

Вход:

$\varepsilon \in R_+$  — фиксированный параметр задачи 1;

$\alpha \in R_+, \alpha < \varepsilon$  — параметр стрижки;

$$F_1^{MinPer}, F_2^{MinPer}$$

$ma_1$  и  $ma_2$  - скелеты  $F_1^{MinPer}$  и  $F_2^{MinPer}$  соответственно.

Выход:

$$S_1 \subseteq ma_1 : \mu(sil(S_1), I_1) < \alpha;$$

$$S_2 \subseteq ma_2 : \mu(sil(S_2), I_2) < \alpha;$$

$$F_1 = sil(S_1) : F_1 \in P_\alpha;$$

$$F_2 = sil(S_2) : F_2 \in P_\alpha;$$

1. Просмотреть все терминальные ребра текущего скелета, и найти то, после удаления которого, хаусдорфово расстояние между исходной многоугольной фигурой и силуэтом нового скелета будет наименьшим.
2. Если это расстояние будет меньше  $\alpha$  — удалить ветвь и перейти к шагу 1, иначе завершить работу

#### 3.4.2 Операция "Объединение близких узлов скелета"

Операция "объединение близких узлов скелета" меняет структуру скелета путем слияния близких узлов скелета в один.

*Смежными ребрами скелета* называются ребра, имеющие общую инцидентную вершину.

*Ветвью скелета* назовем ломаную линию из смежных идущих подряд ребер скелета, соединяющую два узла скелета, включающую в себя только вершины степени равной двум.

##### Алгоритм объединения

Вход:

$$\varepsilon \in R_+, \alpha \in R_+, \alpha < \varepsilon$$

$$F_1 = sil(S_1) : F_1 \in F_\alpha;$$

$$F_2 = sil(S_2) : F_2 \in F_\alpha;$$

Выход:

$$S'_1 : \mu(F'_1 = sil(S'_1), I_1) < \varepsilon$$

$$S'_2 : \mu(F'_2 = sil(S'_2), I_2) < \varepsilon$$

Объединение пар узлов проводится в два этапа:

1. Уравнивание числа узлов в скелетах фигур  $F_1$  и  $F_2$ , выполняя объединение только в одной фигуре, в которой узлов больше.
2. Поочередное объединение узлов в фигурах  $F_1$  и  $F_2$  до выполнения критериев останова.

Рассмотрим алгоритм объединения одной пары узлов.

1. Найти два узла скелета  $V_1$  и  $V_2$ , расстояние между которыми среди всех возможных пар узлов является наименьшим, и путь из одного узла в другой состоит из единственной ветви.
2. Проверить, будет ли расстояние между силуэтом скелета после объединения отличаться от исходной фигуры более чем на  $\varepsilon$ . Если это неверно, алгоритм завершает работу, на выходе результат: изоморфизма нет (например, рис.5а)
3. Новый скелет и новый силуэт получаются следующим образом (рис.4с и рис.5б).

- (а) Объединить узлы  $V_1$  и  $V_2$  в один узел  $V$ . Пусть  $V_1$  уже является результатом объединения  $k_1$  узлов, а  $V_2$  —  $k_2$  узлов. Тогда координаты нового узла вычисляются так:

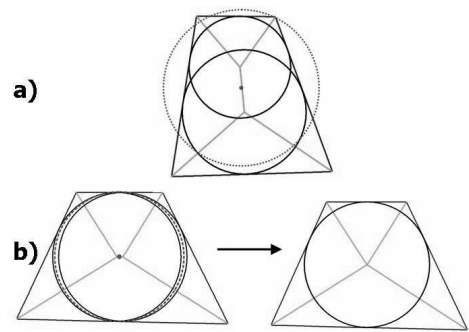
$$V = \frac{k_1 V_1 + k_2 V_2}{k_1 + k_2} \quad (3)$$

- (b) Направить в новый узел  $V$  внешние ветви, входящие в исходные узлы  $V_1$  и  $V_2$  (двигать только крайние отрезки ветвей).
- (c) Обозначим  $\rho(V, V_i) = \Delta_i$  и  $R'_i = R_i + \Delta_i$
- (d) Радиус окружности в новом узле  $V$  равен

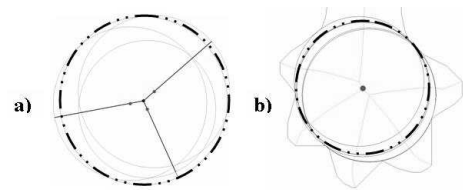
$$R = \frac{R'_1 + R'_2}{2} \quad (4)$$

- (e) Радиус окружности на новых ветвях меняется линейно от  $R$  до радиусов остальных вершин скелета.
4. Проверить скелет текущей фигуры и фиксированной другой на изоморфизм, если не изоморфны, перейти к шагу 1.
  5. Для некоторых скелетов можно построить несколько различных изоморфизмов. В зависимости от задачи можно выдвинуть критерий корректности  $K$  найденного изоморфизма. Для задач морфинга изображений можно, например, в качестве такого критерия использовать инвариантность отношения длин изоморфных ветвей в двух фигурах. Если построенный изоморфизм удовлетворяет критерию  $K$ , то алгоритм завершает работу, на выходе  $S'_1$  и  $S'_2$  и их силуэты, иначе переходим к шагу 1.

**Замечание.** Операция "объединение" является естественной. Если две окружности близки — значит, скорее всего, это одна окружность. Пример того, как меняется силуэт фигуры при операции "объединения" на рис.6.



**Рис. 5:** Операция "объединение": а — невыполнение условия близости с фигурой после объединения; б — выполнение условия близости — пример успешного объединения



**Рис. 6:** Изменение силуэта при объединении двух близких узлов скелета

### 3.5 Обоснование корректности алгоритма поиска аппроксимаций

**Утверждение 2.**  $F'_1$  и  $F'_2$  — фигуры, границы которых состоят из отрезков и дуг окружностей.

**Утверждение 3.** Аппроксимирующие фигуры, полученные в результате предложенного метода, относятся к классу  $F_\varepsilon$ :  $F'_1 \in F_\varepsilon$  и  $F'_2 \in F_\varepsilon$ .

Это следует из алгоритма "объединения".

**Основная гипотеза.** Для любых заданных растровых изображений  $I_1$  и  $I_2$  и определенном классе фигур  $F_\varepsilon$ , аппроксимирующих растровые изображения с фиксированной точностью  $\varepsilon$ , существует  $0 \leq \alpha \leq \varepsilon$  — параметр стрижки — такой, что предложенный метод дает решение задачи 1.

При варьировании  $\alpha$  от 0 до  $\varepsilon$ , меняется вклад операций "стрижка" и "объединение", что может позволить найти искомые аппроксимации с изоморфными скелетами.

### 3.6 Выбор допустимой точности аппроксимаций

В зависимости от приложения, для которого решается задача 1, точность аппроксимации  $\varepsilon$  можно выбирать по-разному. Если положить точность равной одному пикселю ( $\varepsilon = 1$ ), то никаких важных свойств исходные растровые изображения не потеряют. При аппроксимации растровых изображений погрешность в один пиксель имеет место быть всегда.

Для изображений с зашумленной границей точность можно выбирать исходя из оценки зашумленности.

Очевидно, что задача 1 может не иметь решения для наперед заданного  $\varepsilon$ .

**Утверждение 4.** Для любых двух растровых изображений  $I_1$  и  $I_2$  можно подобрать такую точность аппроксимации  $\varepsilon$ , что задача 1 будет иметь решение всегда.

В реальных приложениях нет смысла подбирать большое  $\varepsilon$  для решения задачи 1. При низком качестве аппроксимации могут потеряться важные свойства исходных изображений. Поэтому если при достаточно малой точности  $\varepsilon$  решения задача 1 не имеет, можно говорить о том, что для данных изображений нельзя построить изоморфные скелетные сегментации.

## 4 Заключение

- Сформулирована задача построения  $\varepsilon$ -близких аппроксимаций с изоморфными скелетами для двух растровых изображений.
- Предложен метод решения поставленной задачи для заранее фиксированного  $\varepsilon$ .
- В основе метода решения лежит идея преобразования скелета многоугольной фигуры минимального периметра с помощью двух естественных операций над скелетом: стрижки и объединения близких узлов. Первая убирает "шумовые" ветви скелета. Вторая объединяет близкие окружности в одну.
- Проведены эксперименты на реальных изображениях. Эксперименты показывают, что для визуально сходных изображений алгоритм находит  $\varepsilon$ -близкие аппроксимации с изоморфными скелетами, а для изображений с разной структурой, результатом работы алгоритма является вывод о том, что задача не имеет решения.
- На основе полученных аппроксимаций с изоморфными скелетами можно строить изоморфные скелетные сегментации, с помощью которых можно решать задачи преобразования формы растровых изображений. Работа имеет перспективы развития для решения задач сравнения форм и распознавания.

## Благодарности

Выражаем благодарности профессору МГУ Леониду Моиссевичу Местецкому и Маргарите Домахиной. Работа осуществлена при поддержке РФФИ по программам 08-01-00670 "Методы анализа и распознавания формы изображений на основе непрерывных моделей" и 08-07-00270 "Методы описания фигур и аппроксимации бинарных растровых изображений гладкими линиями с шириной".

## Авторы

Домахина Людмила — аспирантка МГУ ВМиК;  
email: Ludmila.domakhina@gmail.com.

Охлопков Андрей — студент МГУ ВМиК;  
email: andrew.okhlopkov@gmail.com.



Рис. 7: Людмила Домахина.



Рис. 8: Андрей Охлопков.

## Список литературы

- МЕСТЕЦКИЙ, AND РЕЙЕР. 2003. Непрерывное скелетное представление изображения с контролируемой точностью. In *Труды 15 международной конференции ГРАФИКОН-2003*, 246–249.
- МЕСТЕЦКИЙ, AND ПЕТРОВА. 2006. Расчет гомеоморфизма односвязных многоугольных областей с изоморфными базовыми скелетами. *Искусственный Интеллект*.
- МЕСТЕЦКИЙ. 1998. Непрерывный скелет бинарного растрового изображения. In *Труды 8 международной конференции ГРАФИКОН-1998*, ИВМиМГ СО РАН.
- МЕСТЕЦКИЙ. 2005. Скелет многосвязной многоугольной фигуры. In *Труды 15 международной конференции ГРАФИКОН-2005*, ИВМиМГ СО РАН, 242–249.
- ДОМАХИНА. 2007. Об одном методе сегментации растровых объектов для задач преобразования формы. In *Труды 13 Всероссийской конф. Математические Методы Распознавания Образов (ММРО-13)*, 311–314.
- СНОУ, Н. I., СНОУ, S. W., AND MOON, H. P. 1997. Mathematical theory of medial axis transform. *Pacific J. of Math* 181, 1, 57–88.
- TANASE, M. 2005. *Shape Decomposition and Retrieval*. PhD thesis, Utrecht University.

## Abstract

Isomorphic continuous skeletons of 2-D raster images are considered in this paper. The problem of searching the continuous  $\varepsilon$ -close approximations having isomorphic skeletons is formulated for two raster images. The definition of distance between binary raster image and its approximation is given. The method of such approximations searching is proposed. The proposed approach can be applied to computer graphics and recognition problems.

**Keywords:** raster image, raster image approximation, continuous skeleton, skeletons isomorphism, skeletal segmentation