

Топологическая модель многоуровневой улично-дорожной сети на основе скелета

Дмитрий Задонский¹, Елена Макарова², Иван Мехедов³
^{1,2}Факультет вычислительной математики и кибернетики

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

³Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Российской академии наук

¹jk32k@yandex.ru

²luarsoll@yandex.ru

³i.mehedov@mappl.ru

Аннотация

В работе рассматривается подход к построению топологической модели улично-дорожной сети векторной карты на основе скелетизации многоугольных фигур. Исходные данные задачи представлены в виде векторного описания контуров обочин. Требуется получить связный граф осевых линий дорог, мостов и тоннелей – модель улично-дорожной сети. Сложность задачи обусловлена наличием перекрывающихся многоугольных фигур в области дорожных развязок на карте. Способ построения такой модели опирается на идею склейки скелетов смежных многоугольных фигур. Операция склейки скелетов, описанная в статье, является новой операцией над скелетами плоских фигур.

Ключевые слова: модель улично-дорожной сети, скелет многоугольной фигуры, склейка скелетов.

1. ВВЕДЕНИЕ

В основе геоинформационных систем (ГИС) лежат различные модели данных, являющиеся отражением реальных существностей на местности, отношений между ними и других дополнительных знаний, имеющих пространственную привязку. Каждая модель данных ГИС включает в себя различные отдельные пространственные объекты, связанные между собой дополнительными топологическими отношениями.

Выбор той или иной модели в геоинформационных системах обусловлен характером решаемых задач. Широко применяется распространенная *нетопологическая модель*. В ней все объекты являются полностью независимыми друг от друга и могут произвольно размещаться в пространстве. В модели различают точечные (1-мерные), линейные (1-мерные) и площадные (2-мерные) объекты. В случае, когда данные модели определены на плоскости, точечные объекты характеризуются 2 координатами (x, y) , линейные – последовательностью точек, соединенных отрезками, площадные – несколькими (не менее одного) контурами, заданными в виде последовательности замкнутых непересекающихся линий. Такая модель хорошо подходит для описания совокупностей отдельных объектов, например, границ рек, озер, контуров зданий, границ дорог.

В то же время, такая модель не позволяет описать схему транспортных коммуникаций для последующего сетевого анализа. Для решения транспортных задач используется другая модель – модель транспортной сети. Транспортная сеть содержит два основных типа объектов – узлы и дуги. Узлы являются обычными точечными объектами, заданными координатами (x, y) на плоскости, а дуги – линейными объектами, ломаными, соединяющими пару узлов и проходящими через последовательность промежуточных точек. Каждая дуга характеризуется длиной или временем движения по ней, разрешенными направлениями движения, классом дороги или пропускной способностью и др.

В случае, когда используемая в геоинформационной системе модель данных не позволяет решать некоторые задачи (как в приведенном выше примере с нетопологической моделью данных и транспортной задачей), возникает вопрос: можно ли путем разработки внешних программных расширений ГИС перейти от одной модели к другой? Ответ на этот вопрос заключается в том, что все зависит от поставленной задачи, и в некоторых случаях это сделать возможно.

В работе рассматривается задача автоматического построения *топологической модели* многоуровневой улично-дорожной сети в виде связного графа осевых линий дорог, мостов и тоннелей. Исходные данные представлены площадными объектами, организованными в рамках нетопологической модели, но при этом для решения задачи требуется интегральный анализ формы объектов, т.е. такой анализ формы, при котором объекты рассматриваются как единое целое, а не как отдельные независимые единицы.

Данная задача является актуальной в связи с развитием навигационных систем, требующих топологического описания дорожной сети, и наличием большой накопленной базы векторных карт, не содержащих информации о топологии.

Алгоритмы автоматического построения топологической модели одноуровневой улично-дорожной сети были предложены в [3,4,6]. Описанный подход основывается на объединении всех площадных объектов в одну многоугольную фигуру с большим числом вершин и компонент связности, построение скелета такой фигуры (линии, равноудаленной от границ фигуры), и преобразовании его к модели (рис. 1).

Однако, данный подход неприменим к обработке картографических данных, содержащих дорожные развязки.

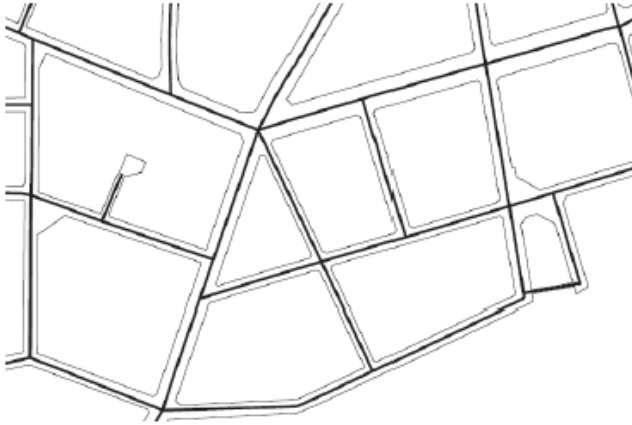


Рисунок 1. Топологическая модель одноуровневой улично-дорожной сети на основе скелетизации многоугольных фигур.

В отличие от одноуровневой дорожной сети, в нетопологической модели многоуровневой улично-дорожной сети присутствуют перекрывающиеся многоугольные фигуры (рис. 2), соответствующие пересечению проезжих частей на разных уровнях (например, мост над дорогой и тоннель под ней).

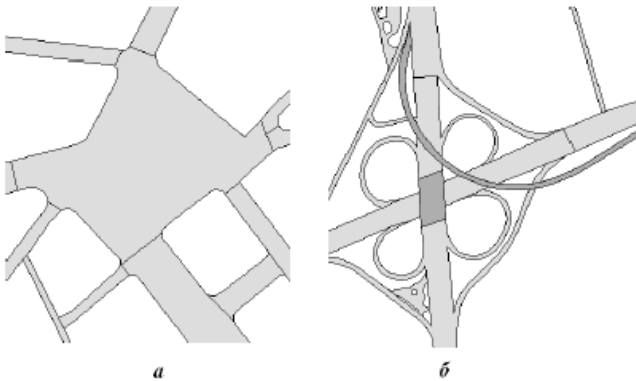


Рисунок 2. Представление одноуровневой (а) и многоуровневой (б) улично-дорожной сети в нетопологической модели данных.

Такие многоугольные фигуры не могут быть объединены как множества точек без потери информации о топологии.

В данной работе предлагается другой подход к построению модели улично-дорожной сети, основанный на скелетизации отдельных многоугольных фигур и склейке скелетов многоугольных фигур, имеющих общий участок границы (или, смежных многоугольных фигур). Такой подход дает возможность автоматического построения модели. Настоящая работа, таким образом, развивает идеи, предложенные в [3,4,6] и служит логическим продолжением этих работ.

Основное внимание в статье уделено алгоритму склейки скелетов смежных многоугольных фигур. Для удобства читателя, в следующем разделе будут приведены основные понятия, взятые из [2] и используемые далее в тексте.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Определение 1. Многоугольной фигурой называется часть плоскости, ограниченная конечным числом простых замкнутых непересекающихся ломаных.

Определение 2. Сайтом многоугольной фигуры называется ее вершина (сайт-точка) или сторона (сайт-сегмент).

Определение 3. Скелетом многоугольной фигуры называется множество центров максимальных пустых кругов фигуры.

Определение 4. Сайт-сегмент и сайт-точка, имеющие непустое пересечение, называются соседними сайтами.

Определение 5. Сайт-точка называется ближайшим сайтом для внутренней точки фигуры, если этот сайт является для нее ближайшей граничной точкой. Сайт-сегмент называется ближайшим сайтом для внутренней точки фигуры, если ближайшая граничная точка лежит на этом сайте или является ортогональной проекцией внутренней точки на прямую, содержащую этот сайт.

Определение 6. Ячейкой Вороного сайта называется геометрической место точек фигуры, для которых этот сайт является ближайшим.

Определение 7. Сайты называются смежными, если их ячейки Вороного имеют невырожденную границу.

Определение 8. Бисектором пары сайтов называется линия, являющаяся общей границей их ячеек Вороного.

Определение 9. Диаграммой Вороного многоугольной фигуры называется объединение бисекторов всех ее сайтов.

Определение 10. Графом смежности многоугольной фигуры называется граф (V,E) , у которого множество вершин V состоит из сайтов фигуры, а множество ребер E содержит все пары смежных сайтов из V .

Определение 11. Два многоугольника из множества граничных многоугольников многоугольной фигуры называются смежными, если в них существует пара смежных сайтов, принадлежащая разным многоугольникам.

Определение 12. Будем говорить, что для ребра триангуляции выполнено условие Делоне, если существует окружность, проходящая через вершины ребра, внутри которой нет других вершин триангуляции.

Заданное в определении 11 отношение смежности граничных многоугольников определяет граф смежности граничных контуров фигуры. Этот граф является связным, и его остов является деревом, называемым деревом смежности граничных контуров фигуры.

Заметим, что скелет многоугольной фигуры является подмножеством ее диаграммы Вороного и может быть получен из диаграммы Вороного за линейное время (по числу сайтов).

Также заметим, что граф смежности многоугольной фигуры является структурой, двойственной ее диаграмме Вороного. Обе структуры могут быть получены одна из другой за линейное время (по числу сайтов).

3. ПОСТАНОВКА И ОБЩАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Рассмотрим множество многоугольных фигур на плоскости, каждая из которых описывает некоторый пространственный объект на карте, соответствующий участку улично-дорожной сети. Каждому такому объекту, кроме его координат, приписана атрибутивная характеристика уровня, на основе которой все объекты делятся на дороги, мосты и тоннели (возможно и более подробное деление на мосты 1-го уровня, мосты 2-го уровня и т. д.).

Любые два объекта либо не имеют общих точек, либо имеют общий участок границы (тогда они являются составными элементами одной проезжей части), либо перекрываются (тогда они имеют разные значения характеристики уровня и входят в состав развязки). В последнем случае объекты могут как иметь общий участок границы, так и не иметь его.

Дорожную сеть в такой нетопологической модели будем называть *многоуровневой* (проезжие части могут пересекаться на разных уровнях).

Необходимо построить топологическую модель многоуровневой улично-дорожной сети в виде связанного графа осевых линий дорог, мостов и тоннелей, топологически соответствующего конфигурации улично-дорожной сети и лежащего внутри границ обочин на равном удалении от них.

Предлагается следующая схема решения задачи:

1. Построить граф смежности объектов улично-дорожной сети (два объекта будем называть *смежными*, если в их пересечении присутствуют невырожденные отрезки);
2. Построить граф смежности и скелет каждой многоугольной фигуры в отдельности;
3. Склеить скелеты многоугольных фигур, смежных в графе смежности элементов улично-дорожной сети;
4. Преобразовать полученную геометрическую конструкцию к модели улично-дорожной сети.

Пункт 1 этой схемы легко реализуется при применении алгоритма Бентли-Оттмана, описанного в [5]. Для реализации пункта 2 достаточно воспользоваться алгоритмом скелетизации многосвязных многоугольных фигур, описанном в [1]. А алгоритм преобразования скелетного графа к модели улично-дорожной сети (стрижка тупиковых ветвей, склейка близких вершин), достаточно подробно изложенный в [4], хорошо подходит для пункта 3.

Основной задачей, требующей решения, является задача склейки скелетов многоугольных фигур, имеющих общие участки границы – *смежных многоугольных фигур*, или, более строго, многоугольных фигур, в пересечении которых присутствуют невырожденные отрезки.

4. СКЛЕЙКА СКЕЛЕТОВ СМЕЖНЫХ МНОГУГОЛЬНЫХ ФИГУР

Пусть P_1 и P_2 – две многоугольные фигуры, имеющие общий участок границы, $S(P_1)$ и $S(P_2)$ – их скелеты.

В случае, если пересечение фигур совпадает с пересечением их границ, фигуры могут быть легко объединены. В этом

случае под склейкой скелетов $S(P_1)$ и $S(P_2)$ будем понимать скелет объединения фигур – $S(P_1 \cup P_2)$.

Если P_1 и P_2 пересекаются не только по границе (рис. 3а), то *склейкой скелетов* будем называть совокупность частей скелета каждой из фигур, точки которых не являются центрами максимальных пустых кругов, касающихся сайтов общего участка границы и нового участка (рис. 3б).

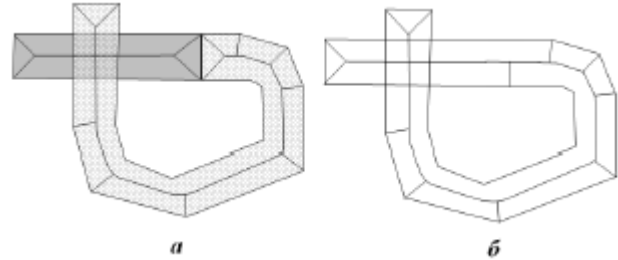


Рисунок 3. Две перекрывающиеся многоугольные фигуры и их скелеты (а) и склейка их скелетов (б).

Заметим, что идея слияния графов смежности не нова – она была предложена в **Error! Reference source not found.** для скелетизации многосвязной многоугольной фигуры, то есть для случая, когда граница фигуры состоит из нескольких контуров, причем сайты разных контуров не образуют соседних пар. В этом случае необходимо сначала построить граф смежности для каждого контура (рис. 4а – здесь и далее на всех рисунках кружками обозначены сайты-точки, а квадратами – сайты-сегменты), а затем слить эти графы смежности, для чего нужно найти начальный стежок «шва» и края сшиваемых графов смежности. Начальный стежок соединяет пару сайтов разных контуров, удовлетворяющую условию Делоне; край графа смежности внешнего граничного многоугольника определяется в результате расчистки – разделения одного из ребер на два (рис. 4б) начальный стежок (12, 9), край графа смежности внешнего контура (1, 9) и (9, 1), внутреннего – (10, 11), (11, 12), (12, 13), (13, 14), (14, 15), (15, 10)).

Далее шивка происходит по обычному алгоритму шивки графов смежности ломаных.

Однако рассматриваемая нами задача имеет свои особенности, заключающиеся в том, что множество общих точек границ фигуры не пусто и состоит из отрезков, поэтому множество сайтов при объединении графов смежности меняется

Алгоритм слияния графов смежности можно разделить на следующие подзадачи:

- Определение линии склейки фигур.
- Удаление из графов смежности каждой из фигур ребер, которых не будет в объединенном графе смежности («расчистка»)
- Построение объединенного графа смежности («шивка»)

4.1 Определение линии склейки фигур

Если многоугольные фигуры имеют ровно один общий отрезок, возможны следующие основные случаи :

- Общий отрезок АВ является целой стороной каждой из фигур (рис. 5а)
- Общий отрезок DE является целой стороной одной из фигур и частью стороны другой фигуры (рис. 5б);
- Общий отрезок НК является частью стороны каждой из фигур (рис. 5в).

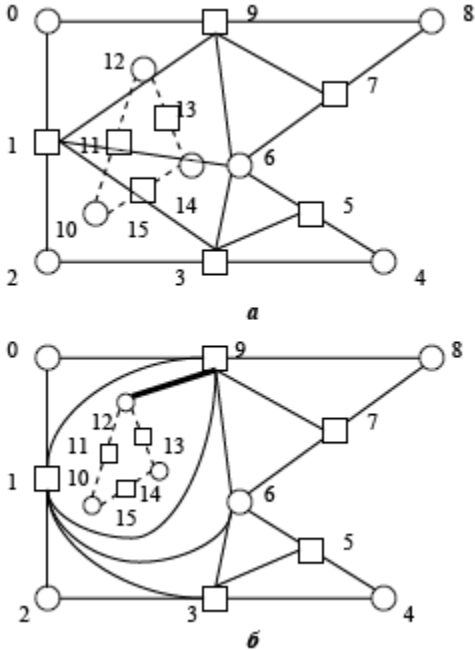


Рисунок 4. Построение графа смежности многосвязной многоугольной фигуры.

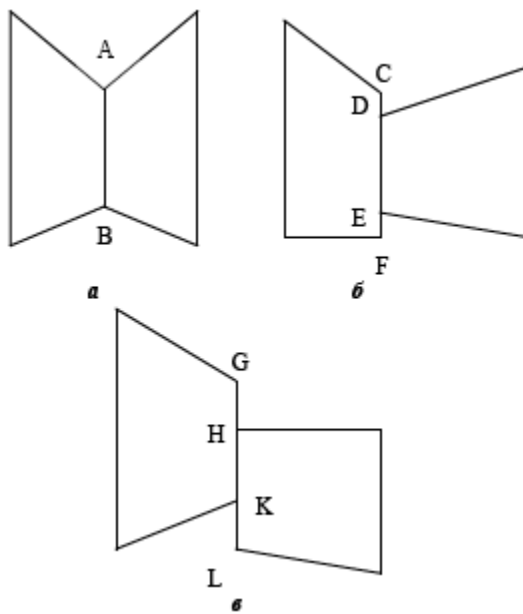


Рисунок 5. Варианты взаимного расположения фигур, пересечение которых является отрезком.

Если неизвестно множество пересекающихся сайтов (для сайтов-вершин – совпадающих, для сайтов-отрезков – имеющих общий отрезок), найдем их, воспользовавшись, например, алгоритмом плоского заметания, описанным в [5]. Этот поиск займет $O(N \cdot \log(N))$, где N – общее число сайтов.

Затем проведем сортировку пересекающихся сайтов для того, чтобы определить отдельные линии склейки. Кроме того упорядочим их таким образом, чтобы при обходе фигура, которой принадлежит сайт, оставалась справа от него. Эта сортировка займет время $O(K \cdot \log(K))$, где K – число пересекающихся сайтов.

4.2 «Расчистка» графов смежности

На этапе «расчистки» графов смежности необходимо определить множество сайтов объединенной фигуры и множество ребер графов смежности, которые сохраняются в графе смежности объединенной фигуры.

4.2.1 Сохраняющиеся сайты

Очевидно, что все сайты линий склейки, кроме конечных, будут удалены. Определим, что произойдет с начальными и конечными сайтами цепочек. Пусть у фигур F и G есть ровно одна цепочка склейки. Возможны следующие варианты:

- Цепочка склейки фигуры F начинается с сайта-точки, а цепочка фигуры G заканчивается сайтом-точкой (рис. 6а). Тогда объединим начальный сайт цепочки F и конечный сайт цепочки G в один сайт-точку, соединенный ребрами графа смежности со всеми сайтами, с которыми были соединены объединяемые сайты (рис. 6б);
- Пусть цепочка фигуры F начинается с сайта-сегмента, а цепочка фигуры G заканчивается сайтом-точкой (рис. 7а, сайты f_1 и g_5). Тогда удаляем сайт-сегмент и оставляем сайт-точку. Строим новый сайт-сегмент таким образом, чтобы начало составляющего его отрезка лежало на сайте-точке фигуры F (соседнем с удаленным конечным сайтом-сегментом цепочки), а конец – на сайте-точке фигуры g_5 (рис. 7б). Поместим новый сайт в список сайтов фигуры F .

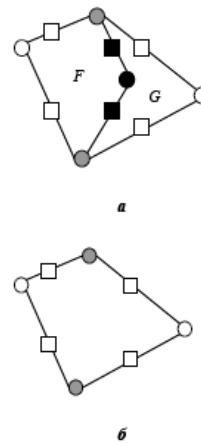


Рисунок 6. Расчистка графов смежности (цепочка начинается с сайта-точки).

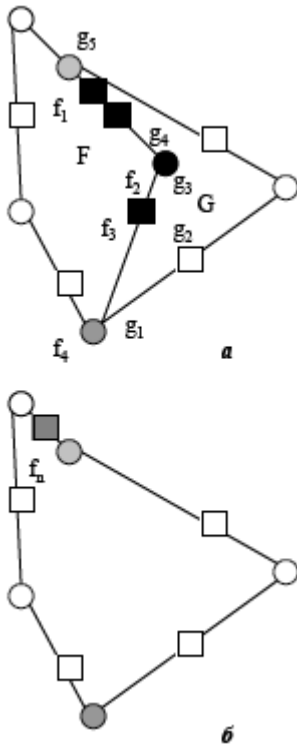


Рисунок 7. Расчистка графов смежности (цепочка начинается с сайта-сегмента).

Таким образом, построено множество сайтов объединенной фигуры. Сложность построения $O(K)$. Назовем *контрольным* сайтом сайт-точку, полученный объединением двух сайтов-точек, или новый сайт.

4.2.2 Сохраняющиеся ребра графа смежности

Утверждение. Все ребра графа смежности, не инцидентные удаляемым сайтам, сохраняются в объединенном графе смежности.

Доказательство. Рассмотрим сайты s_1 и s_2 , принадлежащие фигуре F , сохранившиеся в объединении фигур F и G и соединенные ребром графа смежности. Это значит, что существует пустой круг, касающийся только сайтов s_1 и s_2 . Этот круг, за исключением точек касания с s_1 и s_2 , лежит внутри фигуры F .

По определению смежности многоугольных фигур $\text{int}(F) \cap \text{int}(G) = \emptyset$. Значит, ни одна точка границы фигуры G не лежит внутри фигуры F . Значит, граница фигуры G не имеет общих точек с пустым кругом, касающимся s_1 и s_2 (за исключением, возможно, точки касания круга с s_1 или s_2 , если один из этих сайтов является контрольным). Новые сайты также не могут попасть в этот пустой круг, так как являются частями старых. Значит, ребро графа смежности, инцидентное сайтам s_1 и s_2 , сохранится в объединенном графе смежности.

Так как мы рассматривали любое ребро, не инцидентное удаляемым сайтам, то все ребра, не инцидентные удаляемым сайтам сохраняются в объединенном графе смежности. *Утверждение доказано.*

На рис. 8 черным выделен удаляемый сайт, серым – контрольные сайты, пунктиром – удаляемые ребра графа смежности.

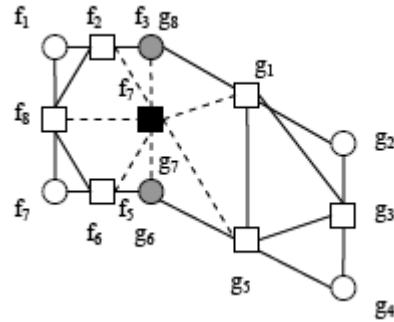


Рисунок 8. Расчистка графа смежности (сохраняющиеся сайты и сшиваемые сайты).

4.2.3 «Сшиваемые» сайты

Определим множество сайтов, которым могут быть инцидентны достраиваемые ребра графов смежности.

Так как граф смежности является планарным графом, можно говорить о гранях графа смежности. Будем называть вершиной грани графа смежности сайт (как сайт-вершину, так и сайт-сторону), инцидентный какому-либо из ребер, ограничивающих грань. Несколько сайтов образуют грань, если они и только они являются вершинами этой грани.

Утверждение. В множество сшиваемых сайтов входят все новые сайты и все сайты, принадлежащие тем же граням, что и удаляемые сайты.

Доказательство. Вхождение новых сайтов в множество сшиваемых сайтов очевидно, так как до этапа сшивки они связаны ребрами графа смежности только со своими соседними сайтами.

Не теряя общности, можно предположить, что все грани графа смежности являются треугольными, однако возможны и грани, образованные большим количеством вершин (например, если четыре и более сайта-вершины, соответствующих вогнутым вершинам фигуры, окажутся на одной окружности).

Рассмотрим грань нерасчищенного графа смежности, которой не принадлежит ни один удаляемый сайт (на рис. 8 это, например, грань, образованная сайтами g_1 , g_3 и g_5). Тогда эта грань сохранится в расчищенном графе смежности. Если эта грань треугольная, она не может быть разбита новым ребром на две новые грани. Если эта грань образована более, чем тремя сайтами, существует пара сайтов, принадлежащая этой грани, но не связанная ребром графа смежности. Предположим, что на этапе «сшивки» это ребро будет построено. Это означает, что в первоначальных многоугольных фигурах не существовало пустого круга, касавшегося этих двух сайтов, а в объединении – существует. Значит, существованию этого пустого круга «мешал» какой-то из удаляемых сайтов, значит, этот сайт был смежен с концами предполагаемого нового ребра. Но это означает, что рассматриваемой грани в первоначальном графе смежности не существовало. Значит, рассматриваемая грань также не может быть разбита новым ребром на новые грани.

Рассмотрим сайт g_3 (рис. 8). Ни один удаляемый сайт в первоначальном графе смежности многоугольника G не принадлежал граням, которым принадлежит сайт g_3 . Новые ребра графа смежности не могут связать g_3 с сайтами, которые принадлежат тем же граням, которым принадлежит g_3 . Кроме того, так как граф смежности многоугольной фигуры планарен и полностью расположен внутри фигуры, сайт g_3 не может оказаться связан ребрами графа смежности с сайтами, не принадлежащими этим граням. Значит такой сайт не входит в множество сшиваемых сайтов. *Утверждение доказано.*

Поэтому внесем в множество сшиваемых сайтов только сайты, принадлежащие тем же граням, что и удаляемые сайты. На рис. 8 это сайты $f_2, f_3 (g_8), g_1, g_5, g_6 (f_5)$ и f_6 .

Утверждение. Каждый сайт из множества сшиваемых сайтов, связан ребрами расширенного графа смежности ровно с двумя другими сайтами из множества сшиваемых сайтов.

Доказательство. Пусть на рис. 8 это сайт f_8 . Он смежен с удаляемым сайтом f_4 и принадлежит граням (f_8, f_2, f_4) и (f_8, f_5, f_4) . При он инцидентен ровно трем ребрам, инцидентным этим граням. Ребро (f_8, f_4) при «расчистке» удалится, ребра (f_8, f_2) и (f_8, f_6) сохранятся. Аналогично для любого другого сайта, смежного хотя бы с одним удаляемым. Если же рассматриваемый сайт принадлежит только одной грани (образованной более, чем тремя сайтами), которой принадлежит и удаляемый сайт, то он связан ровно с двумя сшиваемыми сайтами, принадлежащими той же грани.

Если это новый сайт (на рис. 7 сайт f_n), то он является соседним для сайтов, соответствующих его концам, а значит, и смежным с ними. Других ребер, инцидентных этому сайту, в расширенном графе смежности не существует. Кроме того, вершина, являющаяся концом ровно одного общего отрезка (на рис. 5 сайты $f_3(g_8)$ и $g_6(f_3)$), является соседней ровно для одного сайта каждой фигуры либо соединена ровно с одним сшиваемым сайтом в каждой фигуре. *Утверждение доказано.*

Значит, множество сшиваемых сайтов можно представить в виде одной или нескольких цепочек, упорядоченных таким образом, что каждый сайт смежен с предыдущим и следующим.

Строить множество сшиваемых сайтов лучше всего параллельно с этапом «расчистки», то есть при удалении ребер, инцидентных удаляемым сайтам, вписывать в множество сшиваемых сайтов все неудаляемые сайты, принадлежащие граням, инцидентным этим ребрам. Заметим, что, если хранится информация о том, какие грани инцидентны каким ребрам и наоборот, то при этом возможно построить упорядоченные замкнутые цепочки.

Заметим, что расчистка графа смежности и построение цепочек сшиваемых сайтов по сложности не превышает $O(m \cdot k)$, где k – число удаляемых сайтов, а m – число сшиваемых сайтов.

4.3 «Сшивка» графов смежности

Даны «расчищенные» графы смежности многоугольных фигур, являющиеся подмножествами объединенного графа смежности. Необходимо достроить объединенный граф смежности.

Так как в большинстве случаев число удаляемых сайтов и число сайтов, смежных с одним конкретным сайтом невелики

по сравнению с числом всех сайтов фигуры, то и число сшиваемых сайтов оказывается невелико по сравнению с числом всех сайтов. Поэтому для «сшивки» можно применить «жадный» алгоритм (для диаграмм Вороного описан в [2], для графов смежности аналогичен). Время сшивки по этому алгоритму будет $O(m^2)$, где m – число сшиваемых сайтов.

Однако в данной задаче возможно также использовать алгоритм, основанный на принципе «разделяй и властвуй», имеющий сложность $O(m \cdot \log m)$, где m – число сшиваемых сайтов.

Предположим сначала, что при расчистке графа смежности образовалась ровно одна замкнутая цепочка сшиваемых сайтов (на рис. 9а сайты замкнутой цепочки выделены серым).

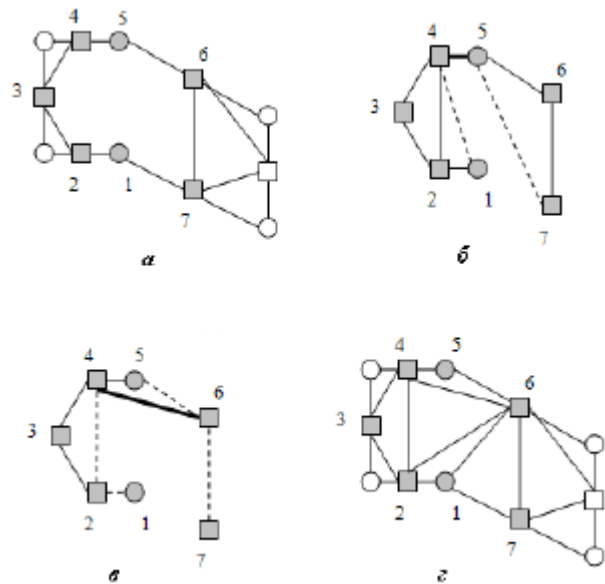


Рисунок 9. Сшивка графов смежности.

Будем разбивать цепочку примерно пополам и рекурсивно строить граф смежности каждой из частей цепочки, а затем – сливать эти графы смежности.

Для того, чтобы воспользоваться этим методом решения задачи, необходимо уметь сливать графы смежности цепочек (например, сайты фигуры на рис. 9а можно разбить на цепочки 1, 2, 3, 4 и 5, 6, 7).

Пусть построены графы смежности двух цепочек и определены их внутренние края (если ребро является ребром расширенного графа смежности, то оно считается принадлежащим внутреннему краю цепочки, если не инцидентно ни одной грани, образованной сайтами только рассматриваемой цепочки; если ребро построено на этапе «сшивки», то оно принадлежит внутреннему краю цепочки, если инцидентно ровно одной грани, образованной сайтами только рассматриваемой цепочки; на рис. 9б внутренние края цепочек изображены пунктиром)

Так как сшиваются цепочки, последний сайт одной из которых в расширенном графе смежности связан с первым сайтом другой, то ребро, соответствующее этой связи, будем считать начальным стежком (например, ребро (4, 5) на рис. 9б).

Один конец стежка всегда принадлежит одной цепочке, другой – другому.

Сначала производится проверка условия Делоне для ребер внутреннего края каждой из цепочек, смежных с текущим стежком. Условие Делоне выполняется, если ребро графа смежности одной из цепочек существует с учетом всех сайтов другой. Если для ребра оно не выполняется, то данное ребро разрушается, во внутренний край на его место помещаются ребра грани, разрушенной при удалении этого ребра. Удаление происходит до тех пор, пока не выполнится условие Делоне. На рис. 9б удаляются ребра (4, 1) и (5, 7); ребрами внутреннего края становятся ребра (4, 2), (1, 2), (5, 6) и (6, 7).

Далее, для каждого из концов стежка и сайта, связанного ребром внутреннего края с другим концом стежка проверяются условия Делоне (то есть на рис. 9в при стежке (4, 5) для пар (5, 1) и (4, 6). Условие может быть выполнено не более, чем для одной пары; если не выполняется ни для одной – алгоритм завершает свою работу. Если выполняется, то ребро внутреннего края, ставшее ребром новой грани, перестает быть ребром внутреннего края, а новое ребро становится текущим стежком и алгоритм продолжает работу. Очевидно, что на рис. 9в необходимо соединить сайты (4, 6), затем (6, 2), (6, 1) и (1, 7).

После завершения работы алгоритма необходимо выполнить операцию дополнительной расчистки – проверку условия Делоне построенных ребер графа смежности с сайтами внешнего края цепочек. Если условие не выполняется – ребра разрушаются. В [2] показано, что этот алгоритм корректен.

Для случая существования только одной цепочки сшиваемых сайтов построение графа смежности завершено (рис. 9г).

Алгоритмическая сложность этого этапа $O(m \cdot \log m)$, где m – число сшиваемых сайтов.

Если замкнутых цепочек сшиваемых сайтов оказывается более одной, то существует два основных случая (для двух цепочек):

- Одна цепочка состоит из сшиваемых сайтов обеих фигур; другая состоит из сшиваемых сайтов только одной фигуры (рис. 10а, 10б). В этом случае все сшиваемые сайты второй цепочки будут смежными только с сайтами первой, поэтому можно воспользоваться алгоритмом слияния графов смежности на основе дерева смежности многоугольной фигуры, описанным в [1].
- Если обе цепочки сшиваемых сайтов содержат сайты как одной, так и другой фигур и образуют в расчищенном графе смежности две грани (рис. 10в, 10г), с каждой из этих граней можно работать независимо, то есть применить алгоритм сначала к одной, потом к другой цепочке.

5. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для проведения вычислительного эксперимента были использованы пространственные данные Единой государственной картографической основы г. Москвы [7] и геоинформационная система «ГИС Mappl» [8].

Был реализован встраиваемый в геоинформационную систему компонент, осуществляющий склейку скелетов смежных многоугольных фигур (слияние их графов смежности).

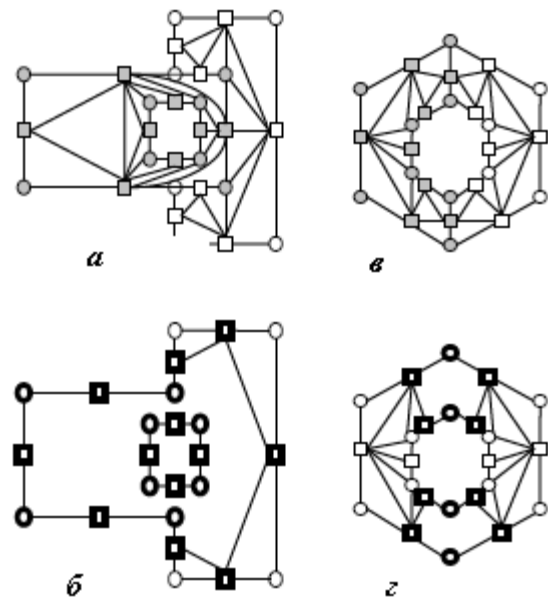


Рисунок 10. Сшивка графов смежности (в случае, если замкнутых цепочек сшиваемых сайтов более одной).

Для проведения эксперимента был выбран участок карты, содержащий развязку (рис. 11а) (несколько многоугольных фигур, соответствующих участкам проезжих частей, входящих в состав развязки).

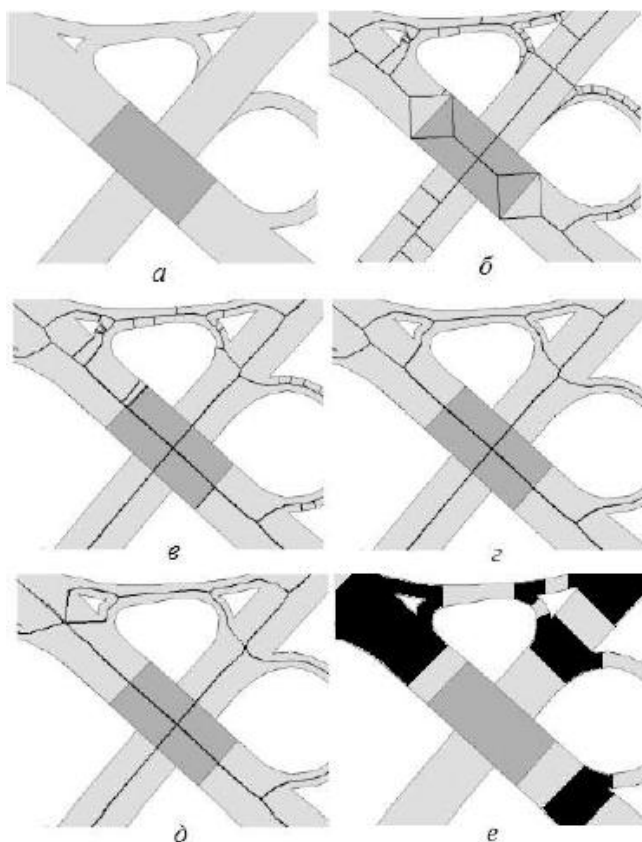
В автоматическом режиме была построена топологическая модель участка (рис. 11д), а также выделены перекрестки (рис. 11е). Задача автоматического выделения перекрестков с помощью топологической модели улично-дорожной сети описана в [3].

Результаты вычислительного эксперимента представлены на рис. 11.

6. ВЫВОДЫ

Таким образом, авторами были получены следующие результаты:

1. Предложен, теоретически обоснован и программно реализован метод склейки скелетов многоугольных фигур, имеющих общий участок границы. Вычислительная сложность алгоритма – $O(N \cdot \log N)$, где N – общее число вершин в обеих многоугольных фигурах;
2. Разработан алгоритм автоматического построения топологической модели многоуровневой улично-дорожной сети. Данная задача геоинформатики может считаться полностью решенной.



7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Местецкий Л.М. *Скелетизация многоугольной многосвязной фигурой на основе дерева смежности ее границы*, Сибирский журнал вычислительной математики, Т.9, № 3, сс. 299 – 314, 2006.
- [2] Местецкий Л.М. *Непрерывная морфология бинарных изображений: фигуры, скелеты, циркуляры*, – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
- [3] Мехедов И.С. *Поиск шаблонов перекрестков на векторной карте городской улично-дорожной сети*, В сборнике докладов 14-й Всероссийской конференции «Математические методы распознавания образов», М.: МАКС Пресс, сс. 414 – 417, 2009.
- [4] Мехедов И.С., Козлов А.В. *Модель улично-дорожной сети на основе скелета*, В сборнике докладов 19-й международной конференции «Графикон-2009», М.: МАКС Пресс, сс. 356 – 359, 2009.
- [5] Препарата Ф., Шеймос М. *Вычислительная геометрия*, - М.: Мир, 1989.
- [6] Haunert J.-H., Sester M. *Area Collapse and Road Centerlines Base on Straight Skeletons*, Geoinformatica, Vol. 12, № 2, pp. 169 – 191, 2008.
- [7] <http://www.egko.ru>
- [8] <http://www.mappl.ru>

ОБ АВТОРАХ

Иван Мехедов является аспирантом Вычислительного центра РАН и работает в ООО «Маппл Групп» (геоинформационные технологии)

Елена Макарова и Дмитрий Задонский являются студентами факультета Вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

ABSTRACT

A method for a graph-based representation of street networks is developed. The source data are presented by the set of polygonal figures that are geographic map objects describing traffic area boundaries. These polygonal objects may overlap in the plain (corresponding to the different-level parts of roads, for example, a tunnel and a bridge) and, therefore, classical skeletonization methods are not appropriate for automatic generating graph-based representation of street networks. The approach proposed in the paper is based on a novel fusing technique which is used to sew local skeletons together.

Keywords: *topological model of street network, skeleton of a polygonal figure, fusion of skeletons.*