

# Спектральная трассировка лучей в задачах моделирования цветового сдвига, возникающего в флюоресцентных средах

Жданов Д.Д.

Государственный Оптический Институт им. С.И. Вавилова, Санкт-Петербург

Галактионов В.А., Ершов С.В., Поздняков С.Г., Потемин И.С.

Институт Прикладной Математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

## Аннотация

Рассмотрены вопросы компьютерного моделирования и расчета распространения света во флюоресцентных рассеивающих средах. Предлагаемое решение обеспечивает эффективную и физически аккуратную модель распространения света во флюоресцентных средах и позволяет осуществлять компьютерное моделирование Стоксова сдвига. Рассматривается пример моделирования цветового сдвига в белом диоде с флюоресцентным наполнителем.

**Ключевые слова:** *рассеивающая среда, флюоресценция, спектральная трассировка лучей, выход флюоресценции, светодиод, Стоксов сдвиг, расчет цвета светодиода.*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Физически корректная модель изображения сложной сцены включает в себя две основные составляющие. Во-первых, это модель физически корректного распространения света от источников до приемников изображения, а во-вторых, это физически корректная модель передачи изображения от приемника излучения до средства его визуализации (фотопленка, экран монитора и т.п.). Данная работа посвящена исключительно первому аспекту, а именно, построению физически корректных изображений сложных сцен, содержащих объекты со специальными свойствами пропускания, отражения, рассеивания, поляризации и флюоресценции. Решение данной задачи требует применения как соответствующих физически аккуратных моделей распространения света, так и соответствующих моделей оптических объектов сцены.

Физически корректные модели не могут базироваться на RGB представлении света и оптических свойств объектов, используемых в большинстве программ компьютерной графики [4, 7]. RGB модель не только ограничена видимой спектральной областью, но и некорректна для моделирования эффектов распространения и рассеивания света, имеющих спектрально-волновую природу. Конечно, для ряда физических эффектов, таких как дифракционное рассеивание и дисперсия, могут быть (в первом приближении) созданы в RGB модели, но применение этих моделей носит очень ограниченный характер. Кроме того эти модели имеют, как правило, «локальное» применение. Например, можно построить корректную RGB модель одной рассеивающей пластины, освещаемой белым светом, однако, использование этой модели как элемента сложной сцены приводит к некорректному результату моделирования. Как правило, искажение цветопередачи наблюдается при построении изображений сложных сцен, в которых возникает многократное переотражение света между ее объектами [1].

Отличие флюоресценции от приведенных выше эффектов заключается в принципиальной невозможности построения RGB модели распространения света во флюоресцентной среде. В случае флюоресценции спектральный диапазон света, выходящего из флюоресцентной среды, может отличаться от спектрального диапазона света, входящего в данную среду [5]. Этот эффект приводит к возникновению цветового сдвига, который, как правило, смещает спектральный диапазон в область больших длин волн. Кроме того, вторичное излучение флюоресцентной среды в видимой области спектра может быть вызвано ультрафиолетовым освещением, которое невозможно представить в RGB пространстве. Поэтому, единственно возможное решение, которое обеспечивает физически корректную передачу цвета, заключается в трассировке спектральных лучей.

Для построения физически корректного изображения используются различные техники трассировки лучей (прямые и обратные, детерминистические и стохастические) и для каждой из них спектральное представление луча и методы его трассировки имеют определенные особенности. Флюоресценция, в данном случае, вносит дополнительную специфику, связанную с переизлучением света в диапазоне, отличном от спектрального диапазона поглощенного излучения. Кроме того, модель флюоресцентного объекта может быть как непосредственной, когда воспроизводится эффект захвата фотонов одной длины волны и их переизлучения на другой длине волны, так и косвенной, когда флюоресцентный объект ассоциируется с двунаправленной функцией подповерхностного рассеивания (измеренной или вычисленной заранее), осуществляющей цветовой сдвиг. Для моделирования эффекта флюоресценции данная работа рассматривает, главным образом, возможность применения прямой спектральной трассировки лучей методом Монте-Карло и построения непосредственной модели переизлучения света внутри флюоресцентной среды.

Наряду с построением физически корректных изображений сцен, содержащих флюоресцентные объекты, разработанная модель может найти применение при проектировании световых устройств, основанных на эффекте флюоресценции. Например, моделей белых светодиодов [8, 9], рассмотренных в главе 4, или концентраторов света солнечных батарей, основанных на эффекте флюоресценции света [11].

## 2. ПРЯМАЯ СПЕКТРАЛЬНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ ТРАССИРОВКА ЛУЧЕЙ В СЦЕНАХ, СОДЕРЖАЩИХ ФЛЮОРЕСЦЕНТНЫЕ ОБЪЕКТЫ

Как отмечалось в работе [1], спектральная трассировка луча может выполняться одним из 3 способов. Во-первых, возможно создание ряда «монохроматических» сцен,

оптические свойства которых определены для одной длины волны. Трассировка лучей выполняется независимо в каждой из отдельных «монохроматических» сцен. Результат моделирования для всей спектральной области есть сумма результатов «монохроматического» моделирования для отдельных сцен. Несмотря на свою простоту и привлекательность этот метод неприменим для моделирования эффекта флюоресценции, поскольку он не может обеспечить цветовой сдвиг на монохроматической сцене. Второй способ близок к предыдущему за исключением того, что монохроматические лучи трассируются в сцене, определенной во всем спектральном диапазоне, и каждый из лучей вносит вклад в общий спектральный результат. Данный подход позволяет моделировать эффект флюоресценции, однако эффективность данного решения невысока. Третий способ позволяет трассировать полихроматические лучи, определенные во всем спектральном диапазоне, и поэтому наиболее эффективен для моделирования эффекта цветового сдвига, возникающего во флюоресцентной среде.

За основу спектральной трассировки лучей во флюоресцентных средах был выбран третий подход. В случае прямой трассировки источник света испускает лучи, определенные во всем спектральном диапазоне, и преобразование лучей на оптических объектах сцены аналогично цветному преобразованию лучей в RGB пространстве, когда вместо R, G и B компонент цвета выступает спектральная плотность излучения. В случае попадания луча на флюоресцентный объект, спектральный состав выходного луча претерпевает сдвиг, как правило, в длинноволновую область. Рис. 1 демонстрирует различие во взаимодействии лучей с обычными и флюоресцентными объектами.

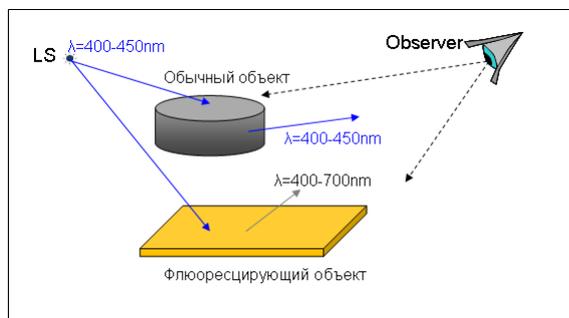


Рис 1: Различие во взаимодействии лучей с обычными и флюоресцентными объектами

С точки зрения макрообъекта сцены флюоресцентный объект определяется двунаправленной функцией флюоресцентного рассеивания (ДФР). В общем виде, специфика данной функции по отношению к обычной двунаправленной функции рассеивания (ДФР) заключается в том, что для каждой длины волны падающего света существует отдельная ДФР, определяющая рассеивание света на заданной длине волны. То есть, свет захватывается на одном спектральном интервале, а затем переизлучается в другом спектральном диапазоне. Рис. 2 демонстрирует данный эффект флюоресцентного рассеивания.

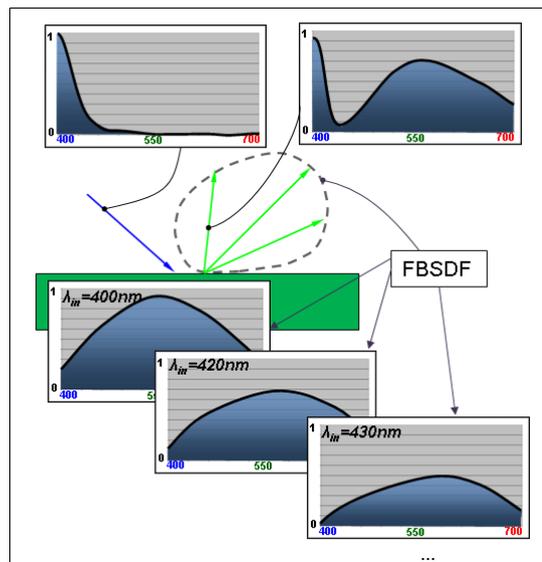


Рис 2: Модель ДФР

Кроме того, специфика рассеивания во флюоресцентной среде заключается в том, что луч должен переносить спектральную мощность луча, а не его спектральную плотность. Эта специфика объясняется природой эффекта флюоресценции, когда происходит захват излучения в одном спектральном интервале и его переизлучение в другом спектральном диапазоне. Спектральная плотность луча  $\varphi(\lambda_k)$  и его спектральная мощность  $P(\lambda_k)$  в интервале  $\Delta\lambda$  связаны простым соотношением:

$$\varphi(\lambda_k) = \frac{P(\lambda_k)}{\Delta\lambda_k} \tag{1}$$

$$\Delta\lambda_k = \frac{(\lambda_{k+1} - \lambda_{k-1})}{2}$$

Мощность рассеянного излучения, возникающего в флюоресцентном объекте, выражается следующим образом:

$$P'(\vec{s}', \lambda) = \sum_{k=1}^N P(\vec{s}, \lambda) FBSDF_{\lambda_k}(\vec{s}, \vec{s}', \lambda) \tag{2}$$

где:

$\vec{s}$  и  $\vec{s}'$  – направления падающего и выходящего излучения соответственно,

$N$  – количество длин волн в спектре,

$FBSDF_{\lambda_k}(\vec{s}, \vec{s}', \lambda)$  – ДФР.

Применительно к сценам, содержащим флюоресцентные объекты, идея прямой стохастической трассировки лучей выглядит следующим образом. Во-первых, выполняется предварительная подготовка сцены к моделированию. Для этого все параметры всех оптических объектов переводятся в единый спектральный диапазон, который охватывает диапазон длин волн первичных источников света и диапазон длин волн, в который происходит вторичное переизлучение флюоресцентных объектов. Только после этого выполняется собственно стохастическая трассировка лучей.

Процесс испускания и трассировки луча состоит из следующих шагов. Сначала, вероятностным образом в соответствии со спектральными мощностями  $M$  источников света выбирается  $i$ -ый источник света, который будет испускать луч.

$$\frac{\sum_{j=1}^{i-1} \sum_{\lambda} P_j(\lambda)}{\sum_{j=0}^M \sum_{\lambda} P_j(\lambda)} \leq \xi < \frac{\sum_{j=1}^i \sum_{\lambda} P_j(\lambda)}{\sum_{j=0}^M \sum_{\lambda} P_j(\lambda)} \quad (3)$$

где:

$\xi$  – случайное число, равномерно распределенное между 0 и 1.

Аналогичным вероятностным образом выбирается точка начала, направление и спектральный состав луча. Затем спектральная энергия луча нормируется к единичной энергии:

$$p(\lambda_k) = \frac{P_i(\lambda_k)}{\sum_{l=1}^N P_i(\lambda_l)} \quad (4)$$

Необходимо отметить, что при отсутствии дисперсии на границе раздела сред, луч сохраняет весь спектральный диапазон длин волн при любой трансформации на объекте. В этом случае спектральное преобразование аналогично преобразованию луча в RGB пространстве. То есть в соответствии со спектральными характеристиками рассеивающего объекта и спектрограммой луча выбирается направление нового луча и его спектральный состав. Единственное отличие спектральной трассировки луча в сцене с флуоресцентными объектами это применение ДФФР преобразования лучей (2) вместо ДФР. В случае стохастической трассировки лучей направление флуоресцентного рассеивания выбирается вероятностным образом, аналогично модели ДФР рассеивания. Единственное отличие заключается в том, что флуоресцентное рассеивание в спектральном диапазоне, вызванное освещением в диапазоне  $\Delta\lambda$ , заменяется мощностью спектрального излучения в данном диапазоне. После определения направления рассеивания спектральный состав определяется исходя из спектрального состава луча и ДФФР (2). В финале спектральная мощность луча нормируется к его единичной мощности (4).

Данное решение было реализовано в программном комплексе INSPIRER2 [3] для режимов прямой стохастической трассировки лучей. Это позволило осуществлять физически корректный и эффективный рендеринг сцен, содержащих флуоресцентные объекты.

### 3. АДАПТАЦИЯ МОДЕЛИ ФЛЮОРЕСЦЕНТНОЙ СРЕДЫ В СПЕКТРАЛЬНУЮ СТОХАСТИЧЕСКУЮ ТРАССИРОВКУ ЛУЧЕЙ

В общем виде эффект флуоресценции означает преобразование рассеянного света в спектральный диапазон, отличный от диапазона падающего света. В рассматриваемой модели стохастической трассировки лучей эффект флуоресценции означает, что материал захватывает и поглощает фотоны одних длин волн и переизлучает поглощенные фотоны на других, как правило, более длинных волнах. Поэтому, модель флуоресцентной среды в стохастической трассировке луча состоит из двух основных компонентов.

Во-первых, это поглощение фотона. Для стохастической трассировки лучей вероятность того, что фотон пройдет дистанцию  $L$  без поглощения, определяется следующим образом.

$$\Pr(L) = e^{-\frac{L}{L_{MFP}}} \quad (5)$$

где:

$L_{MFP}$  – средняя длина свободного пробега фотона в среде.

Во-вторых, это переизлучение поглощенного фотона. В данной модели мы не предполагаем наличия каких-либо полей, влияющих на параметры переизлучаемого фотона, поэтому угловое распределение испускаемых фотонов предполагается изотропным, некогерентным и полностью деполаризованным. Оставшимися количественными характеристиками флуоресцентного излучения являются спектральный состав излучения и его энергетический выход. С большой долей точности можно утверждать, что спектральный состав излучения не зависит от характеристик (поляризации, длины волны, мощности) падающего излучения. То есть, в случае флуоресцентного переизлучения его спектр постоянен в некотором диапазоне  $\lambda_1 \dots \lambda_N$ . Энергетический выход флуоресцентного материала для света, падающего на длине волны  $\lambda$ , определяется следующим образом:

$$Q(\lambda) = \frac{N_{out}(\lambda_1 \dots \lambda_2)}{N_{in}(\lambda)} \quad (6)$$

где:

$N_{in}(\lambda)$  – число фотонов, поглощенных на длине волны  $\lambda$ .

$N_{out}(\lambda)$  – число фотонов, переизлученных в интервале длин волн  $\lambda_1 \dots \lambda_N$ . Поскольку спектральный состав выходного излучения постоянен, то с вероятностью, пропорциональной выходной спектральной плотности излучения, фотон может приобрести любую длину волны в интервале  $\lambda_1 \dots \lambda_N$ .

Поскольку не вся поглощенная энергия уходит на переизлучение (часть энергии фотонов уходит в тепло), то энергия переизлученных фотонов ниже энергии поглощенных фотонов и, следовательно, длина волны переизлученного фотона выше, чем поглощенного. Это явление называется Стоксовым сдвигом.

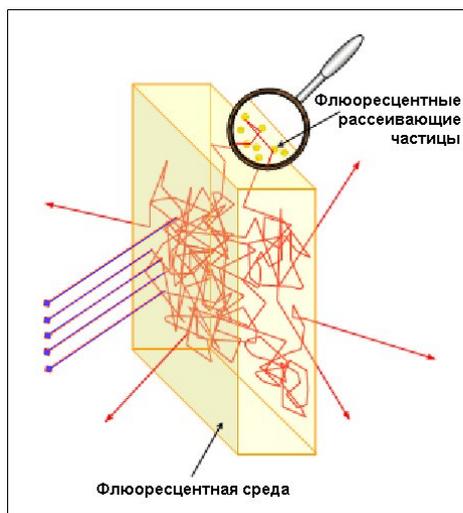
Алгоритмически приведенная выше модель флуоресцентной среды очень близка к модели распространения света в среде с мелкоструктурными рассеивающими частицами. Она состоит из 3 аналогичных шагов:

- Определение длины свободного пробега в флуоресцентной среде (случайная величина, определяемая выражением (5)).
- Перенос луча на дистанцию свободного пробега и определение (вероятностным образом в соответствии с (6)) события поглощения луча.
- Переизлучение луча в новом спектральном диапазоне.

Принимая во внимание близость алгоритмов трассировки луча в среде объемного рассеивания [2] и флуоресцентной среде, оба алгоритма были объединены в один программный интерфейс трассировки луча в среде.

Флуоресцентные материалы, как правило, являются не цельными прозрачными средами, а представляют собой мелкозернистую структуру (частицы фосфора), связанную прозрачной средой. Поэтому, компьютерная модель объемного рассеивания была соответствующим образом расширена. Модель флуоресценции для рассеивающих частиц аналогична модели, рассмотренной выше, и к модели рассеивания частицами добавляет только изотропное флуоресцирующее переизлучение. Как в среде объемного рассеивания, так и во флуоресцентной среде трасса луча представляет собой ломаную линию, где спектральный состав каждого сегмента луча может

отличаться от спектрального состава предыдущих сегментов. Рис. 3 иллюстрирует процесс распространения стохастических лучей в прозрачной среде с рассеивающими флюоресцентными микрочастицами.



**Рис 3:** Распространение стохастических лучей во флюоресцентной среде

Приведенные выше алгоритмы были реализованы в программном комплексе INSPIRER2 [3]. Как было указано в предыдущей главе, специфика модели спектральной трассировки лучей, используемой в программном комплексе INSPIRER2, заключается в том, что фотоны могут переносить не одну длину волны, а целый спектральный диапазон. Поэтому модель поглощения «полихроматических» фотонов была соответствующим образом адаптирована на поглощение всего спектрального диапазона, а модель переизлучения практически сохранилась (фотон несет весь спектр переизлучения, приведенный к единичной мощности). Такое решение наиболее эффективно для задач флюоресценции, когда моделирование происходит в очень широком спектральном интервале, включающем в себя как короткие длины волн первичных источников излучения, так и длинные волны, возникающие в результате флюоресценции.

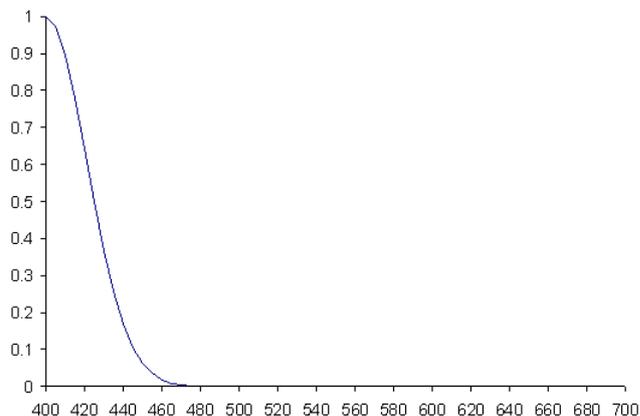
#### 4. ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ ЦВЕТОВОГО СДВИГА В БЕЛОМ СВЕТОДИОДЕ

В данном разделе приводится пример моделирования белого светодиода, полученного в результате сдвига собственного сине-фиолетового излучения диода в красную область спектра за счет рассеивания света в флюоресцентной среде колпачка диода. Светодиоды это современные, высокоэффективные источники света, которые излучают в очень узком спектральном диапазоне (как правило, в сине-фиолетовой области), что делает такие источники не пригодными во многих областях применения. Задача генерации светодиодного излучения белого цвета очень важна и имеет различные технические решения [8]. Одним из таких решений является генерация белого излучения в результате цветового сдвига излучения, генерируемого обычным синим светодиодом, в красную часть спектра [9]. В этом случае выходное излучение, являющееся результатом смешивания синей и красной зон спектра, становится близким к белому. Целью данного примера является демонстрация результатов компьютерного моделирования эффекта цветового сдвига в изначально синем светодиоде и расчет белого светодиода

посредством оптимального выбора концентрации рассеивающих флюоресцентных частиц.

#### 4.1 Описание модели

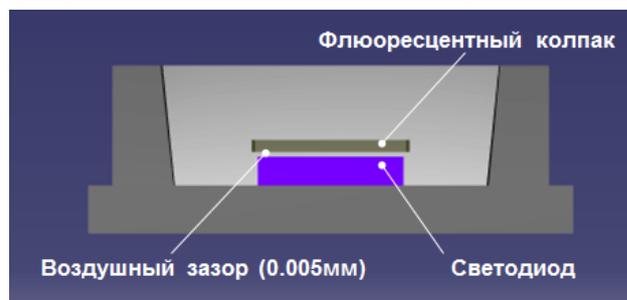
В исследуемом примере флюоресцентный колпак преобразует изначально синее излучение светодиода в выходное излучение белого цвета. Собственная поверхность светодиода моделировалась как квадратный источник света размером 1x1 мм, излучающий по закону Ламберта. Спектрограмма первичного излучения диода представлена на рис. 4.



**Рис 4:** Спектрограмма первичного излучения светодиода

Флюоресцентный колпак, показанный на рис. 5, представляет собой цилиндр высотой 0.25 мм и радиусом 1.25 мм, размещенный над светодиодом. Колпак и светодиод разделены пятимикронным воздушным зазором.

Материал флюоресцентного колпачка состоит из «пассивного» связующего вещества (с показателем преломления 1.5) и распределенными в нем сферическими частицами диаметром 15 мкм. Частицы состоят из флюоресцентного вещества с показателем преломления 2.0.



**Рис 5:** Геометрия модели светодиода

Коэффициент энергетического выхода флюоресцентного материала, использованный в данном моделировании, показан на рис. 6.

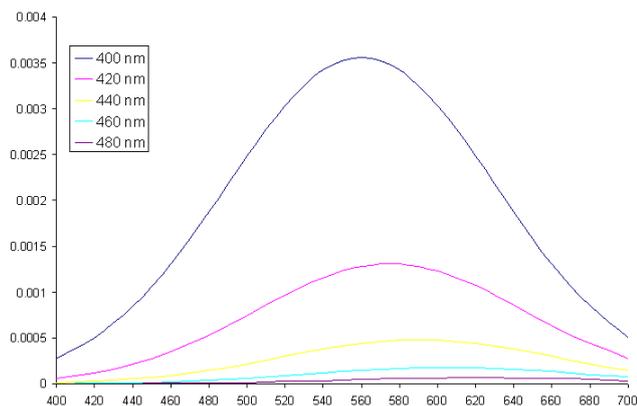


Рис 6: Коэффициент энергетического выхода используемых частиц для диапазона 400-480 нм

Видно, что с увеличением длины волны первичного излучения, показанного на рис. 6 цветными линиями, максимум энергетического выхода смещается в красную область, а его значение уменьшается. Такая функция хотя и является в данном случае искусственной, по свойствам близка к флуоресцентным материалам типа Ce:YAG [5, 6] и удовлетворяет основным физическим свойствам выхода флуоресценции (правилу Стокса).

В данном примере реальное поглощение света отсутствует. При поглощении света частицами он полностью переизлучается в другом спектральном диапазоне. Такая модель является некоторым упрощением, так как обычно поглощенные фотоны полностью не переизлучаются и часть поглощенной энергии идет на нагрев. Такой эффект несколько снижает общую эффективность флуоресцентного колпака при общем сохранении его цвета.

#### 4.2 Результаты моделирования

В данном примере были произведены расчеты для различных концентраций частиц. При отсутствии частиц (нулевая концентрация) на рис. 7 мы видим исходный цвет светодиода (синий). Если концентрация частиц отличается от нулевой, то рассеивание света во флуоресцентном колпаке распределяет его по всей поверхности выходного диска. Рис. 7 демонстрирует результат изменения цвета светодиода в зависимости от концентрации флуоресцентных частиц. Для удобства сравнения цвета, каждое изображение было нормировано к максимальному значению яркости данного изображения. Таким образом, все изображения визуально выглядят с одинаковой максимальной яркостью. Это удобно при исследовании изменения цветового тона, но не показывает насколько эффективно применение колпака с заданной концентрацией флуоресцентных частиц. Реально, яркость уменьшается с ростом концентрации. Это связано как с поглощением света в колпаке и на корпусе диода, так и с более равномерным «размыванием» света по всей выходной поверхности светодиода.

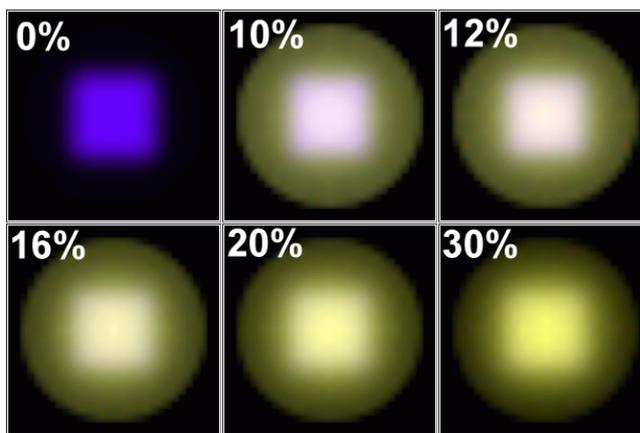


Рис 7: Распределение яркости по верхней поверхности колпака для различных концентраций частиц

Заметим, что при низких плотностях световое пятно на колпаке воспроизводит форму излучающей поверхности светодиода, в то время как при более высоких плотностях частиц, из-за многократного рассеивания света в материале колпака, световое пятно расширяется, достигая симметричного распределения яркости.

#### 4.3 Оптимизация белого излучения светодиода

Целью оптимизации является достижение белого цвета излучения светодиода. Для автоматической оптимизации нужен численный критерий. Простым, но вполне приемлемым критерием является отклонение цвета «центральной зоны» (над светодиодом, см. рис.8) от белого. Для вычисления этого критерия мы вычисляем усредненные значения R, G и B компонентов яркости в данной области светодиода и рассчитываем их относительную разность:

$$d = ((R - W)^2 + (G - W)^2 + (B - W)^2)^{1/2} / W, \tag{7}$$

$$W = (R+G+B)/3$$

Затем минимизируем  $d$ , подбирая оптимальные параметры системы. На рис.8 представлен график изменения искомой величины в зависимости от концентрации частиц.

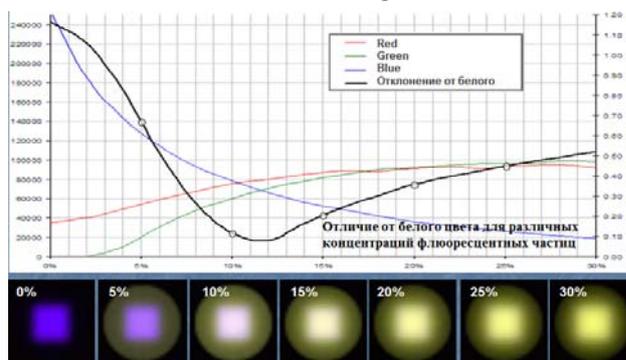


Рис 8: RGB компоненты яркости над колпаком и "отклонение от белого"  $d$  (вторая ось) как функция концентрации

Минимум оценочной функции лежит в области 12%-ной объемной концентрации частиц. Такое значение концентрации дает лучшее приближение цвета к белому.

Значения яркости излучения светодиода очень высоки, что соответствует единичному световому потоку излучения светодиода с поверхности площадью 1 мм<sup>2</sup>.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выработано программное решение для физически корректного моделирования распространения света во флуоресцентных средах, в том числе в средах, содержащих флуоресцентные микрочастицы. Разработанное программное решение было интегрировано в программный комплекс INSPIRER2, что позволило расширить круг задач, решаемых данным программным комплексом, включая задачи моделирования цветового сдвига, возникающего во флуоресцентных средах, в том числе белых светодиодах.

Разработанные программные решения были применены для задач моделирования и проектирования белых светодиодов, основанных на эффекте флуоресценции.

## 6. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа поддержана грантами РФФИ № 10-01-00302, 11-01-00870, 12-01-00560, а также компанией Integra Inc.

Авторы выражают свою признательность В.Г. Соколову и А.А. Гарбулю за предоставленные примеры.

## 7. Abstract

Computer investigation and design of light propagation in fluorescent scattering media is considered. Suggested solution provides efficient and physically accurate model of light propagation in the media that allows simulating Stokes color shift effect and design of white LED.

**Keywords:** *scattering media, fluorescence, spectral raytracing, fluorescence efficiency, LED, Stokes color shift, LED color design.*

## 8. ССЫЛКИ

[1] Б.Х. Барладян, К.А. Востряков, В.А. Галактионов, Д.Д. Жданов, И.С. Потемин, Л.З. Шапиро. Спектральная трассировка лучей в задачах построения фотореалистичных изображений // "Программирование", № 5, 2011, с.13-26.

[2] А.Г.Волобой, В.А.Галактионов, Д.Д.Жданов. Технология оптических элементов в компьютерном моделировании оптико-электронных приборов // "Информационные технологии в проектировании и производстве", № 3, 2006, с.46-56.

[3] <http://www.integra.jp/en/specter/index.html>

[4] Henrik Wann Jensen, Per Christensen. High quality rendering using ray tracing and photon mapping /SIGGRAPH '07.

[5] S. M. Kaczmarek, G. Domianiak-Dzik, W. Ryba-Romanowski, J. Kisielewski, J. Wojtkowska. Changes in Optical Properties of Ce: YAG Crystals under Annealing and Irradiation Processing // Crystal Research and Technology, Volume 34, Issue 8, September 1999, p.1031-1036.

[6] M. Kirma, A. Lushchikb, Ch. Lushchikb, G. Zimmerer. Investigation of luminescence properties of pure and Ce<sup>3+</sup>

[7] Matt Pharr, Greg Humphreys. Physically Based Rendering - From Theory to Implementation // Morgan Kaufmann, 2004.

[8] Y.Shimizu, Development of White LED light source, in Rare earths, 40, The Rare Earth Society of Japan, Osaka, 2002, p.150-151.

[9] S.Tanabe, S.Fujita, S.Yoshihara, A.Sakamoto, S.Yamamoto. "YAG glass-ceramic phosphor for white LED (II): luminescence characteristics". Proc. of SPIE 5941: 594112 (2005). doi:10.1117/12.614681

[10] A. J. Welch, Craig Gardner, Rebecca Richards-Kortum, Eric Chan, Glen Criswell, Josh Pfefer, Steve Warren. Propagation of fluorescent light // Lasers in Surgery and Medicine, Volume 21, Issue 2, 1997, p.166-178.

[11] M. Bendig, J. Hanika, H. Dammertz, J. C. Goldschmidt, M. Peters, M. Weber. Simulation of Fluorescent Concentrators // Interactive Ray Tracing August 10, 2008, p.93-98.





# Young Scientists School

---

GraphiCon'2012

October 01–05, 2012  
Moscow, Russia