

Физически корректный алгоритм рендеринга анизотропных поглощающих кристаллов

В.А. Дебелов, Д.С. Козлов

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия
{debelov, kozlov}@oapmg.ssc.ru

Аннотация

Данная работа посвящена задаче фотореалистической визуализации (рендерингу) поглощающих оптически изотропных и анизотропных кристаллов (сред), а именно расчёту поглощения света, в процессе его распространения внутри среды.

В статье излагается локальная модель, позволяющая рассчитать изменение интенсивности луча, в процессе его распространения внутри изотропной, одноосной или двуосной среды. На основе предложенной модели поглощения света разработан алгоритм физически корректного рендеринга анизотропных поглощающих кристаллов.

Рассматриваемая модель предназначена для интеграции в алгоритмы лучевой трассировки, позволяя их авторам добавить физически корректный учёт явления плеохроизма.

Ключевые слова: Фотореалистический рендеринг, физически корректный рендеринг, кристаллы, двойное лучепреломление, анизотропное поглощение, плеохроизм, поляризация, дисперсия света.

1. ВВЕДЕНИЕ

Оптически анизотропные среды, в том числе кристаллы, являются достаточно сложными объектами для физически корректного рендеринга. Из-за анизотропии среды взаимодействие луча света с кристаллом зависит от его направления распространения в среде и его состояния поляризации. Более того, анизотропные среды изменяют состояние поляризации луча, как при преломлении (они являются естественными поляризаторами) и отражении от их границы, так и в процессе распространения внутри среды (оптическая активность). Законы преломления, отражения и распространения света в таких средах оказываются более сложными, чем в изотропных. Наблюдается ряд несвойственных¹ изотропным средам оптических эффектов: двойное лучепреломление, коническая рефракция, плеохроизм, подробнее, см., например, [9].

Анизотропные среды можно разделить на одноосные и двуосные по числу направлений распространения луча, по которым отсутствует двойное лучепреломление. Двуосные кристаллы – это кристаллы наименее симметричных кристаллических систем (ромбической, моноклинной и триклинной) [8], т.е. обладающие меньшей симметрией, чем одноосные, а, следовательно, взаимодействие с ними описывается более сложными законами.

В трудах конференций и журналах за последние несколько лет небольшое число работ [1–3, 5–7, 9] посвящено проблеме рендеринга анизотропных кристаллов. Авторы части из них [7, 3, 5, 9] рассматривают только задачу рендеринга одноос-

¹ Изотропные среды могут проявлять те же свойства, в присутствии внешних электрических полей или внешнем механическом воздействии, см. искусственная анизотропия [8].

ных прозрачных кристаллов, решая её лишь для некоторых частных случаев. Только в работе [1] задача решена в общем виде: представлена локальная модель расчёта взаимодействия луча с границей между любыми средами (изотропной, одноосной и двуосной). В работах [1] и [7] представлено сравнение фотографии с рассчитанным изображением.

Проблема рендеринга изотропных поглощающих сред решена относительно давно, см., например, [4], и многие современные пакеты трёхмерного моделирования имеют возможность рендеринга таких объектов. Анизотропное поглощение рассматривается лишь в работах [2] и [6]. В работе [2] рассматривается вопрос рендеринга одноосных поглощающих кристаллов, рассчитывается изображение кристалла турмалина (без сравнения с фотографией), однако статья больше посвящена ускорению процессу рендеринга, а не его физической корректности. В работе [6] теоретически рассматривается расчёт абсорбции в двуосных кристаллах, но алгоритма рендеринга и каких-либо расчётов не представлено.

Данная работа рассматривает общий случай поглощения света изотропными, одноосными и двуосными кристаллами, предлагается физически корректная вычислительная модель расчёта поглощения света в таких средах. На базе разработанной модели и модели взаимодействия света с прозрачными кристаллами из работы [1] построен алгоритм физически корректного рендеринга анизотропных поглощающих кристаллов и кристаллических агрегатов. Проведены численные эксперименты.

2. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

Поглощением электромагнитного излучения (света) называется процесс потери энергии потоком электромагнитного излучения, в процессе распространения его через вещество.

Уменьшение интенсивности потока (луча) происходит экспоненциально от расстояния пройденного лучом и количественно описывается законом Бугера-Ламберта-Бера [8]:

$$I = I_0 \exp(-2\omega n \kappa l / c), \quad (1)$$

здесь I – интенсивность луча света с частотой ω и начальной интенсивностью I_0 после прохождения им расстояния l в среде с безразмерным коэффициентом поглощения κ и коэффициентом преломления n , а c – скорость света.

На практике (при расчётах и измерениях) используют это же выражение, но записанное в иной форме:

$$I = I_0 \exp(-\kappa_\lambda l), \quad (2)$$

здесь κ_λ – это коэффициент поглощения, т.е. величина обратная расстоянию, при прохождении которого луч света ослабляется в e раз. Коэффициент поглощения κ_λ связан с безразмерным коэффициентом поглощения κ как:

$$\kappa_\lambda = 4\pi\kappa/\lambda = 4\pi n\kappa/\lambda_0, \quad (3)$$

где λ – длина волны в среде, а λ_0 – длина волны в вакууме. Более частое использование формы (2) обуславливается тем, что при измерениях получается именно κ_λ , а получение коэффициента преломления требует дополнительных измерений, кроме того форма (2) более удобна в расчётах.

Зависимость коэффициента поглощения κ_λ от длины волны называется спектром поглощения и совместно со спектром источника света определяет цвет кристалла на просвет.

В анизотропных средах зависимость коэффициента поглощения от направления распространения луча приводит к тому, что одноосные кристаллы имеют два главных спектра поглощения, и, соответственно, две главные окраски – дихроизм, а двуосные – три спектра и три окраски – плеохроизм.



Рис. 1. Дихроизм сапфира при повороте кристалла (слева) и плеохроизм цоизита при просмотре через поляризатор.

Окраски могут проявляться при наблюдении кристалла с разных ракурсов или при повороте кристалла (рис. 1, слева), а также при наблюдении кристалла в свете различной поляризации или через поляризационный фильтр (рис. 1, справа).

3. МОДЕЛЬ ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА

Для учёта поглощения света в алгоритме физически-корректного рендеринга кристаллов необходимо и достаточно уметь рассчитывать изменение (уменьшение) интенсивности луча, проходящего через кристаллическую среду от одной грани до другой. Из выражения (2) следует, что для этого необходимо вычислить коэффициент поглощения кристалла по направлению и состоянию поляризации луча.

Опуская подробности, из монографии [8] следует, что безразмерный коэффициент поглощения для анизотропной слабо поглощающей среды (т.е. верно для полупрозрачных кристаллов) ромбической и более симметричных кристаллических систем может быть вычислен из следующего соотношения (обозначения из [8]):

$$\kappa v_p^2 \left\{ \frac{s_x^2}{(v_p^2 - v_x^2)^2} + \frac{s_y^2}{(v_p^2 - v_y^2)^2} + \frac{s_z^2}{(v_p^2 - v_z^2)^2} \right\} = \frac{\kappa_x v_x^2 s_x^2}{(v_p^2 - v_x^2)^2} + \frac{\kappa_y v_y^2 s_y^2}{(v_p^2 - v_y^2)^2} + \frac{\kappa_z v_z^2 s_z^2}{(v_p^2 - v_z^2)^2}, \quad (4)$$

где v_p – фазовая скорость луча, $v_k, k \in \{x, y, z\}$ – главные фазовые скорости, т.е. $v_k = c / n_k$, где n_k – главные коэффициенты преломления, κ_k – главные безразмерные коэффициенты поглощения, $s = (s_x, s_y, s_z)$ – единичный вектор волновой нормали [1, 8].

Поскольку каждому направлению фазовой нормали соответствует две различные фазовые скорости, две волны распространяются по одному направлению, но взаимно перпендикулярно поляризованы и будут иметь различные коэффициенты

поглощения. Это объясняет изменение окраски при наблюдении кристалла через поляризатор (рис. 1, справа). При повороте кристалла изменяется множество наблюдаемых лучей, то есть изменяется направление s (рис. 1, слева).

Формула (4) верна для двуосных, одноосных и изотропных сред, но может быть несколько упрощена для последних двух [8]. Для необыкновенного луча в одноосной среде:

$$\kappa_{pe} v_{pe}^2 = \kappa_o v_o^2 \cos^2 \theta + \kappa_e v_e^2 \sin^2 \theta, \quad (5)$$

где v_{pe} – фазовая скорость необыкновенного луча, κ_o, κ_e – главные безразмерные коэффициенты поглощения обыкновенного и необыкновенного лучей, v_o, v_e – главные фазовые скорости, θ – угол между вектором s и оптической осью.

Для обыкновенного луча в одноосной среде, как и для луча, распространяющегося в изотропной среде, коэффициент поглощения не зависит от направления распространения:

$$\kappa_{po} = \kappa_o \text{ и } \kappa_{pi} = \kappa_i. \quad (6)$$

В выражениях (4), (5) и (6) используются главные безразмерные коэффициенты поглощения и значения главных скоростей. Как было отмечено ранее, для расчётов необходимо преобразовать их с использованием публикуемых данных (справочники, интернет), то есть главных коэффициентов поглощения $\kappa_{\lambda x}, \kappa_{\lambda y}, \kappa_{\lambda z}$ и главных коэффициентов преломления n_x, n_y, n_z . Используя соотношение (3) получаем:

$$\kappa_\lambda = \frac{n^3 (\kappa_{\lambda x} s_x^2 n_x Y_n Z_n + \kappa_{\lambda y} s_y^2 n_y X_n Z_n + \kappa_{\lambda z} s_z^2 n_z X_n Y_n)}{n_x^4 s_x^2 Y_n Z_n + n_y^4 s_y^2 X_n Z_n + n_z^4 s_z^2 X_n Y_n}, \quad (7)$$

где $X_n = (n_x^2 - n^2)^2, Y_n = (n_y^2 - n^2)^2, Z_n = (n_z^2 - n^2)^2$, а n – фазовый коэффициент преломления луча.

Для необыкновенного луча в одноосной среде:

$$\kappa_{\lambda e} = n^3 \left(\frac{\kappa_{\lambda o} \cos^2 \theta}{n_o^3} + \frac{\kappa_{\lambda e} \sin^2 \theta}{n_e^3} \right), \quad (8)$$

здесь n_o и n_e – главные коэффициенты преломления для обыкновенного и необыкновенного луча.

Выражение (6) для обыкновенного луча и изотропной среды практически не изменяется:

$$\kappa_{\lambda o} = \kappa_{\lambda o} \text{ и } \kappa_{\lambda i} = \kappa_{\lambda i}. \quad (9)$$

Выражения (7), (8), (9) позволяют рассчитать коэффициент преломления для луча с заданной длиной волны по спектрам преломления и поглощения среды. Учитывая расстояние, пройденное лучом и, подставляя вычисленное значение коэффициента поглощения в выражение (2), получаем изменение интенсивности луча.

4. АЛГОРИТМ РЕНДЕРИНГА

В данной главе рассматривается аспект интеграции построенной модели в алгоритмы лучевой трассировки. Интеграция показана на примере модели взаимодействия света с прозрачными кристаллами из работы [1].

Классический алгоритм обратной лучевой трассировки состоит из выпуска трассировочных лучей из камеры и дальнейшей трассировки их сквозь сцену, эти виртуальные лучи, отражаясь и преломляясь на границах объектов сцены как обычные лучи, формируют дерево трассировки. Лучи

пропускаются через каждый пиксель матрицы изображения и таким образом строят одно или несколько деревьев для каждого пикселя.

Построение ветви дерева обрывается, если луч попадает в источник (в нашем случае считается, что источник света не отражает и не преломляет лучи), при выполнении некоторой оценки или при достижении определённой глубины трассировки (наш случай). Расчёт (сбор) интенсивности осуществляется на обратном проходе дерева.

На прямом ходе достаточно вычислить направления лучей, их вид (отражённый или преломлённый) и тип для лучей внутри анизотропной среды (обыкновенный или необыкновенный – для одноосной среды, быстрый или медленный – для двуосной), а точнее их плоскость поляризации, т.к. именно она и определяет их тип. Расчёт состояния поляризации и интенсивности (включая расчёт поглощения) лучей может быть осуществлён только на обратном ходе, поскольку состояние поляризации виртуальных лучей не определено.

Рассмотрим этап расчёта лучей на обратном ходе:

1. Имеется входной луч, идущий от источника (лист дерева) или вычисленный на предыдущем этапе, с определённым состоянием поляризации и заданной интенсивностью (заданы через матрицу когерентности [1]). Луч пришёл из среды 1 и падает на границу со средой 2.

2. Рассчитываются направления всех отражённых и преломлённых лучей (до 4-х). Выбирается луч, который распространяется в среде 2 (или 1, для отражённого луча) и имеет заданную плоскость поляризации (тип луча), см. [1].

3. Суммируются матрицы когерентности (состояние поляризации, интенсивность) всех лучей (до 4-х) пришедших по дереву трассировки в данную точку (узел). Поскольку для каждого из них выполняются шаги 1 и 2, они будут иметь одну плоскость поляризации и одну систему координат матрицы когерентности [1].

4. Вычисляется расстояние до точки пересечения этого луча со следующей границей сред в сцене.

5. Рассчитывается поглощение луча. В зависимости от типа луча по одной из формул: (7) – для луча в двуосной среде, (8) – для необыкновенного луча (поляризован в плоскости фазовой нормали луча и оптической оси) в одноосной среде, (9) – для обыкновенного луча и луча, распространяющегося в изотропной среде. Отметим, что перечисленные формулы имеют те же обозначения, что и в работе [1], необходимо лишь заменить вектор s на n .

6. Если на этом этапе мы достигли камеры, то интенсивность помещается (добавляется) в значение пикселя изображения, обратная трассировка дерева завершена. В противном случае, получаем новый входной луч и переходим на шаг 1.

В результате работы алгоритма получаем рассчитанное спектральное изображение сцены. Изображение может быть переведено в RGB посредством преобразования CIE².

Аналогичным образом предложенная модель поглощения света может быть встроена и в алгоритмы прямой лучевой трассировки.

5. ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В экспериментах использовалась одна из опубликованных сцен из базы тестов, авторов работы [1], см. [9].

² http://en.wikipedia.org/wiki/CIE_1931_color_space

Сцена состоит из одного кристалла, окружённого увеличенным габаритным боксом, грани которого являются текстурами-источниками (рис. 2). Одна из текстур белая (CIE D65) с чёрным крестом в центре, остальные текстуры серые и имеют спектр излучения 40% от CIE D65. Все текстуры излучают неполяризованный свет.

Геометрия кристалла представляет собой куб, с гранями параллельными граням бокса, расположенный над текстурой, почти, но не касаясь её. Одна из осей симметрии куба проходит через центр креста на текстуре.

С оптическими свойствами дело обстоит сложнее. Преломляющие свойства некоторых прозрачных анизотропных минералов (в особенности, применяемых в оптических приборах) хорошо известны, например, кальцита³ или синтетического сапфира (почти прозрачный)^{4,5}. Спектры поглощения (включая видимый диапазон частот) также опубликованы⁶ для множества минералов, в том числе и сапфира (синего)⁷.

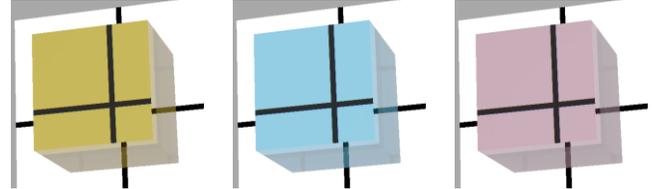


Рис. 2. Изотропные кубы: жёлтый, синий, красный.

Проблема состоит в том, что спектр преломления зависит от спектра поглощения, см. (3), (7) и их необходимо измерять для одного и того же кристалла, но результатов таких измерений найдено не было. Таким образом, существует проблема поиска данных для корректного расчёта реального кристалла и сравнения рассчитанного изображения с фотографией.

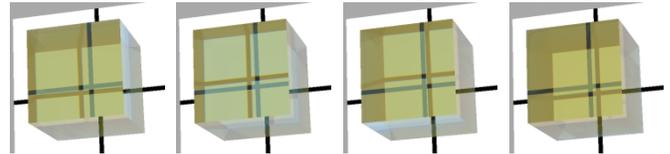


Рис. 3. Слева направо: одноосный куб, он же повернутый на 90 градусов вокруг оси X, вокруг оси Y, вокруг оси Z.

В данной работе для проверки работы алгоритма мы использовали виртуальные оптические свойства. Свойства выбраны так, чтобы кристалл обладал сильным двойным лучепреломлением и сильным плеохроизмом.

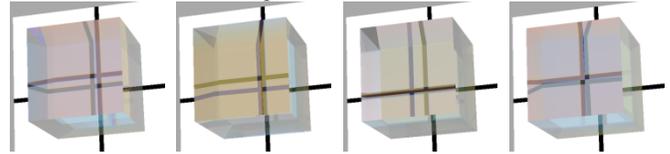


Рис. 4. Слева направо: двуосный куб, он же повернутый на 90 градусов вокруг оси X, вокруг оси Y, вокруг оси Z.

Преломляющие свойства кристаллов – виртуальные: изменяются линейно на видимом диапазоне волн от 380 до 780 нм: 1) от 1.55 до 1.45; 2) от 1.75 до 1.65; 3) от 1.95 до 1.85. Изотропная среда имеет 1-й спектр преломления, одноосная – 1-й и 2-й, а двуосная – все три.

Спектры поглощения взяты от реальных минералов для достижения естественной окраски кристалла, но умножены на различные константы для достижения примерно одинаковой

³ <http://www.mkt-intl.com/pdfs/calcite.PDF>

⁴ <http://www.tydexoptics.com/pdf/Sapphire.pdf>

⁵ http://en.wikipedia.org/wiki/Sellmeier_equation

⁶ <http://minerals.gps.caltech.edu/FILES/Visible/Index.html>

⁷ <http://minerals.gps.caltech.edu/FILES/Visible/corundum/Index.htm>

степени полупрозрачности для заданного размера кристалла. Используются три спектра поглощения жёлтый, синий и красный. Для наглядности на рис. 2 приведены рассчитанные изображения трёх изотропных кубов (того же размера, что и на рис. 3 и 4) соответствующего цвета. Спектры используются по той же схеме, что и спектры преломления выше, т.е. изотропная среда – жёлтая, в одноосной среде используется жёлтый и синий, а в двуосной – жёлтый, синий и красный.

На рис. 3 приведены изображения сцен, содержащих одноосные кубы. Вторая, третья и четвёртая сцены отличаются от первой поворотом куба в пространстве вокруг осей, проходящих через центр куба и параллельным рёбрам куба. То есть сцены отличаются так, как если бы кубик переворачивали с грани на грань и смотрели, что получается. На рис. 4 показан тот же эксперимент, но с двуосным кристаллом.

На изображениях хорошо видно двойное лучепреломление (двойное изображение креста), плеохроизм (изменение окраски при поворотах куба). Дисперсию света можно увидеть на резких переходах цветов.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе детально рассматривается поглощение света анизотропными средами: предложена физически корректная модель расчёта поглощения луча, в процессе его распространения сквозь такую среду, рассмотрен процесс интеграции данной модели в стандартный алгоритм лучевой трассировки. Впервые в мире рассчитаны изображения тестовых сцен, содержащих поглощающий двуосный кристалл.

Дальнейшее развитие данной работы: 1) расширение предложенной модели поглощения на оставшиеся кристаллические системы, то есть триклинную и моноклинную, отметим, однако, что представленная модель уже может быть использована для рендеринга таких кристаллов в качестве некоторого приближения; 2) сравнение рассчитанного изображения с фотографией.

Отметим, что в данном случае задача сравнения с фотографией является более сложной, чем в случае с прозрачными анизотропными кристаллами. Метод, описанный в работе [1] оказывается пригодным, однако дополнительно требуется измерить спектры поглощения и преломления образцов кристаллов (нельзя использовать табличные данные, поскольку окраска очень сильно зависит от образца) и ограничить их предварительно рассчитанным образом, чтобы максимально усилить видимость плеохроизма при фотографировании.

7. БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 12-07-00391 а.

8. БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Debelov V.A., Kozlov D.S. *A Local Model of Light Interaction with Transparent Crystalline Media*. // *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 19, no. 8, pp. 1274-1287, Aug. 2013, doi:10.1109/TVCG.2012.304.
- [2] Guy S., Soler C. *Graphics gems revisited: fast and physically-based rendering of gemstones*. // *Transactions on Graphics (SIGGRAPH '04 Proceedings)*, vol. 23, issue 3, Aug. 2004, pp. 231-238.
- [3] McClain S. C., Chipman R.A. *Polarization ray tracing in anisotropic optically active media II, theory and physics* // *Applied Optics*, vol. 10, no. 11, pp. 2383-2393 (Nov. 1993).

- [4] Sun Y., Fracchia F.D., Drew M.S. *Rendering diamonds*. // *In Proceedings of the 11th Western Computer Graphics Symposium (WCGS)*, 9-15, 2000.
- [5] Tannenbaum D.C., Tannenbaum P., Wozny M.J. *Polarization and birefringency considerations in rendering*. // *Comp. Graphics (SIGGRAPH '94 Proceedings)*, ACM Press, 221-222.
- [6] Wang Y. et al. *Complex ray tracing in biaxial anisotropic absorbing media*. // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* vol. 10(7), p. 075009 (7pp).
- [7] Weidlich A., Wilkie A. *Realistic Rendering of Birefringency in Uniaxial Crystals* // *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 27, No. 1, – 2008, pp. 6:1-6:12.
- [8] Борн М., Вольф Э. *Основы Оптики*. Москва, “Наука”, 1973.
- [9] Дебелов В.А., Козлов Д.С. *Верификация алгоритмов фотореалистического рендеринга кристаллов* // *Труды XX Международной конференции по компьютерной графике и зрению ГрафиКон-2010, 20-24 сентября 2010, СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия, – С. 238 – 245.*

Об авторах

Виктор Алексеевич Дебелов – ведущий научный сотрудник Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, профессор кафедры компьютерных систем факультета информационных технологий НГУ. E-mail: debelov@oapmg.sccc.ru.

Дмитрий Сергеевич Козлов – аспирант Новосибирского государственного университета и инженер Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. E-mail: kozlov@oapmg.sccc.ru.

Physically correct algorithm of rendering anisotropic absorbing crystals

This paper is devoted to the problem of photorealistic rendering of optically isotropic and anisotropic absorbing crystals (media), notably computing light absorption during ray propagation through a crystal media.

The paper describes a local model for calculation of ray attenuation during its propagation through isotropic, uniaxial, and biaxial media. A physically correct algorithm of rendering anisotropic absorbing crystals was built on the developed.

The model is intended to be used in ray tracing algorithms allowing their authors computing pleochroism phenomenon in a physically correct way.

Keywords: *Photorealistic rendering, physically based rendering, crystals, birefringence, polarization, anisotropic absorption, pleochroism, polarization, optical dispersion.*

About the authors

Victor A. Debelov holds a position of leading researcher at Computer Graphics Lab. of the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, prof. of the Novosibirsk State University. E-mail: debelov@oapmg.sccc.ru.

Dmitry S. Kozlov is a Ph.D. student of the Novosibirsk State University and an engineer of the Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS. His contact email is kozlov@oapmg.sccc.ru.